



رئولوژی پیشرفته

استاد درس
دکتر علی زادهوش

فصل اول
سیالات مستقل از زمان



تاریخچه رئولوژی

هیدرودینامیک: قوانین مطرح شده در هیدرودینامیک چون بر اساس سیال ایده آل مطرح شده بود، با نتایجی که در عمل برای سیال حقیقی به دست می آمد، متفاوت بود به همین دلیل به دنبال قوانین دیگری رفتند تا برای سیال حقیقی نیز صدق کند. سیالات ایده آل فرضی هستند و بدون تنش و اصطکاک در نظر گرفته می شوند.

هیدرولیک: این قوانین را بر اساس محاسبات برای سیال حقیقی به دست آوردند.

مکانیک سیالات: شخصی به نام "پرانتل" ارتباط میان هیدرودینامیک و هیدرولیک را بررسی نمود و مبحث مکانیک سیالات بر اساس سیال نیوتونی مطرح شد، بدین صورت که رفتار حرکتی مواد را بررسی می کنند.

رئولوژی: به دلیل اینکه همه سیالات نیوتونی نبودند، مبحث رئولوژی مطرح شد که به بررسی رفتار سیالات غیرنیوتونی می پردازد.

■ تعریف رئولوژی:

(1) رئولوژی علمی است که تغییر شکل و جریان و همچنین قابلیت کیفی تغییر شکل و جریان مواد را بیان می کند.

(2) رئولوژی علمی است که تغییر شکل مواد را تحت اعمال تنش خارجی بررسی می کند.

مثال: ۱. آمپول ← سیال نیوتونی (مصرف انرژی)

۲. فتر ← قانون هوک (ذخیره انرژی)

■ تقسیم بندی مواد

مواد در جهان به دو دسته تقسیم می شوند: (۱) جامد (۲) سیال

و خود سیال به دو دسته مایع و گاز تقسیم می شود. تفاوت این سه حالت از ماده در جاذبه و فاصله بین مولکول های آن است.

جامد: جاذبه زیاد ← فاصله بین مولکول ها کم ، مایع: جاذبه کمتر از جامد ← فاصله بین مولکول ها بیشتر از جامد

(مایع تحمل هیچ تنش برشی را ندارد و در صورت اعمال تنش حرکت می کند، جریان پیدا می کند و تغییر شکل دارد.)

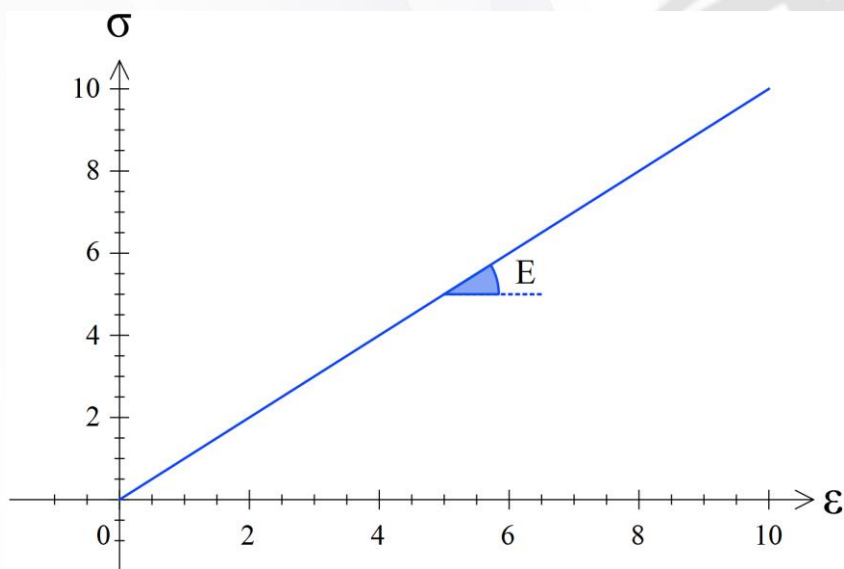
گاز: جاذبه کم ← فاصله بین مولکول ها زیاد

(وقتی در ظرفی پر از گاز را باز کنیم، بی نهایت انبساط پیدا می کند.)



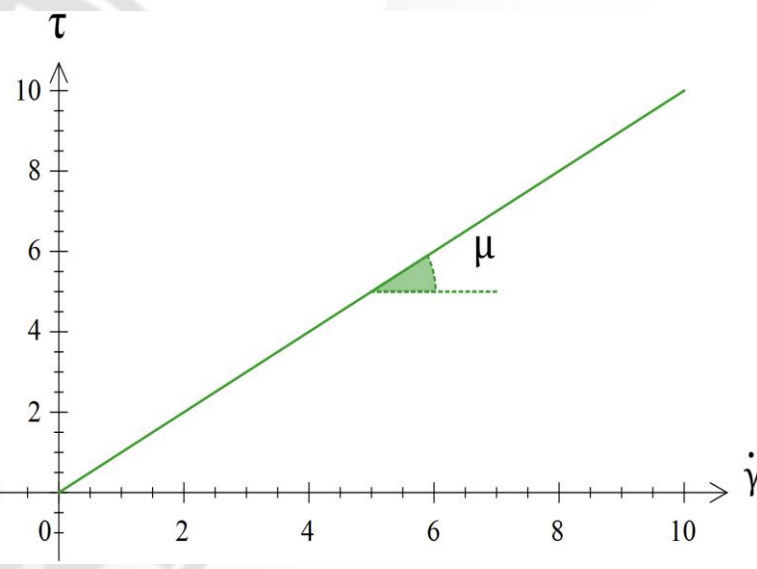
منحنی تنش - کرنش

برای هر جسم جامدی باید منحنی تنش - کرنش مطرح شود. شناسنامه هر جسم جامد منحنی تنش - کرنش آن است:



قانون هوک

$$\sigma = E\epsilon$$



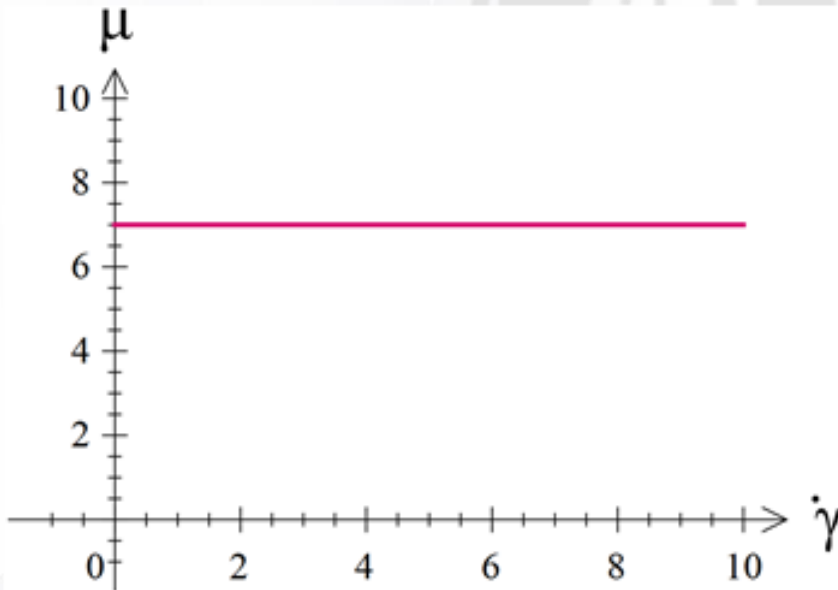
منحنی جریان

$$\tau = \mu\dot{\gamma}$$



E مدول: مقاومت در برابر تغییر شکل، تحت تنش وارده.
 μ ویسکوزیته: مقاومت در برابر جریان، تحت تنش وارده.

- سیال نیوتنی: سیالی است که از قانون نیوتن پیروی می کند و منحنی جریان آن خط راستی است که از مبدا میگذرد. منحنی ویسکوزیته آن خط افقی است.
- سیال غیرنیوتنی: سیالی است که در کرنش برشی متفاوت ویسکوزیته اش تغییر می کند.
- سیال قدرت تحمل هیچ تنش برشی را ندارد اما جامد تحمل تنش برشی را دارد و این در حالی است که اگر در ناحیه الاستیک جسم باشد، در اینصورت تنش اعمال شده برگشت پذیر است.

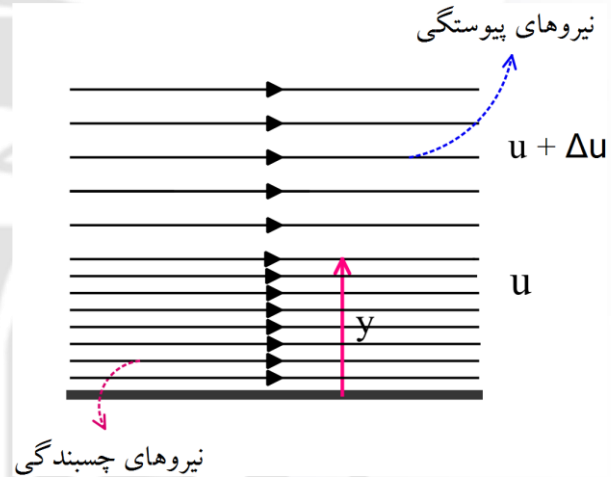
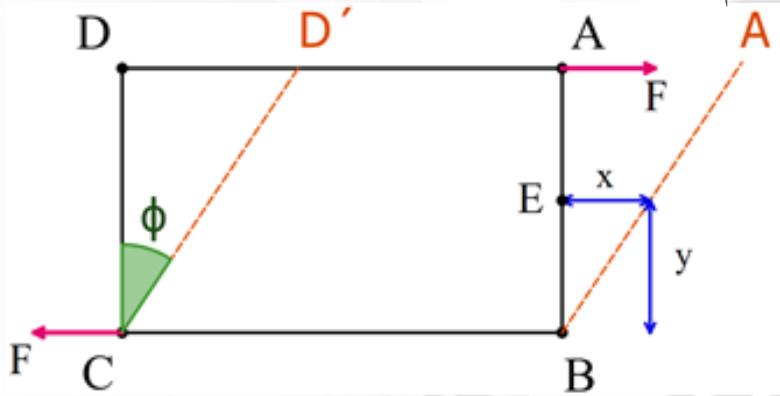


منحنی ویسکوزیته



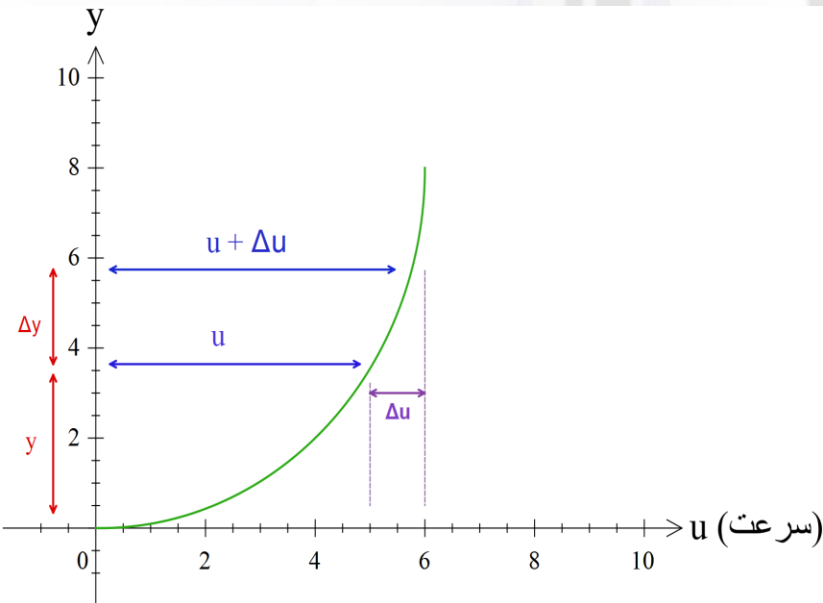
یک المان در نظر گرفته می شود که تحت نیرو یا تنش اعمال شده، تغییر شکل پیدا می کند.
در جسم جامد ϕ برای یک تنش برشی ثابت، مقداری ثابت است.

○ تنش برشی در حالت ایستا صفر است، وقتی جریان هست تنش برشی مفهوم دارد. جریان زمانی رخ می دهد که سیال در محفظه ای باشد، به عبارت دیگر در تماس با جسم سخت باشد.



- نیروهای چسبندگی بین دو جسم ناهمجنس
- نیروهای پیوستگی بین مواد همجنس

○ زمانی که سرعت یک لایه از لایه دیگر بیشتر است، بین دو لایه تنش برشی اتفاق می افتد. با فاصله از بستر سرعت افزایش می یابد، زیرا نیروهای پیوستگی به نیروهای چسبندگی غلبه می کنند.



$$\varphi = \frac{x}{y} \text{ کرنش برشی}$$

$$\text{تغییر سرعت نسبت به فاصله از بستر} \rightarrow \frac{x}{yt} = \frac{x/t}{y} = \frac{u}{y}$$

$$u = \frac{x}{t} \text{ سرعت لحظه ای ذره}$$

$$\tau = \frac{F}{A} \text{ تنش برشی}$$

$$\tau \propto \frac{u}{y} \rightarrow \tau = \text{ثابت} \frac{u}{y}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \dot{\gamma} \rightarrow \text{قانون نیوتن}$$

در یک جسم جامد کرنش تابعی از تنش به کار برده است و در صورتی که از حد ارتجاعی تجاوز نشده باشد، با حذف تنش، کرنش برگشت پذیر است.

اما در سیال اگر تنش برشی بر آن اعمال شود، تغییر شکل پیوسته دارد و جریان به وجود می آید و بعد از حذف تنش، کرنش برگشت پذیر نیست.

مثال: در یک نقطه معین از سیال تنش برشی برابر 0.025 N/m^2 می باشد. گرادیان سرعت 0.25 s^{-1} است. مطلوب است تعیین ویسکوزیته سیال؟

حل:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \rightarrow 0.025 = \mu 0.25 \rightarrow \mu = \frac{0.025}{0.25} = 0.1 \rightarrow \mu = 0.1 \frac{\text{N.s}}{\text{m}^2}$$



مثال: دو سطح مسطح به وسیله لایه ای نازک از روغن به ضخامت 0.025 mm از هم جدا شده اند. ظرف بالایی به سرعت 50 cm/s حرکت می کند، در صورتی که ظرف پایینی ثابت نگه داشته شده است. مطلوب است ویسکوزیته روغن اگر که نیروی وارد شده به سطح 0.15 N/m^2 باشد؟

$$\tau = \frac{F}{A} \quad A = 1 \text{ m}^2 \rightarrow \tau = \frac{0.15}{1} = 0.15 \text{ N}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \rightarrow 0.15 = \mu \frac{50 \times 10^{-2}}{0.025 \times 10^{-3}} \rightarrow \mu = 7.5 \times 10^{-6} \frac{\text{N.s}}{\text{m}^2}$$

مثال: یک سطح مسطح از یک سطح جامد ثابت 0.025 mm فاصله دارد. سطح بالایی با سرعت $50 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ حرکت می کند. نیرویی که به سطح وارد می شود $1.471 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ می باشد. مطلوب است ویسکوزیته سیال؟



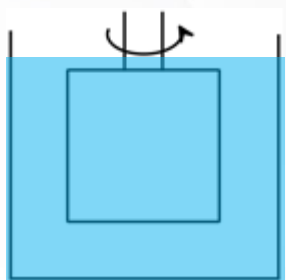
ویسکوزیته سینماتیک:

(ویسکوزیته دینامیک)

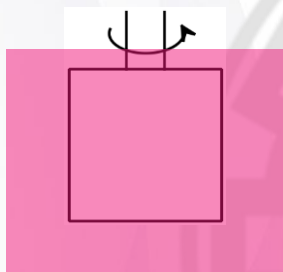
$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{N.s.m^{-2}}{Kg.m^{-3}} \right]$$

ویسکوزیته سینماتیک ←

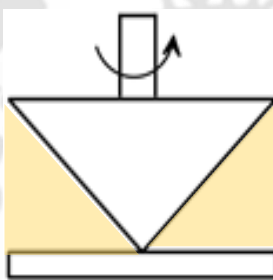
(دانسیته)



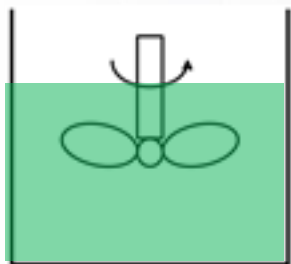
(1)



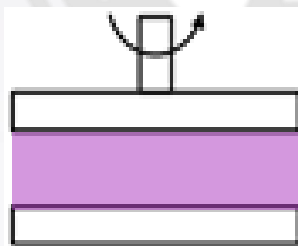
(2)



(3)



(5)



(4)

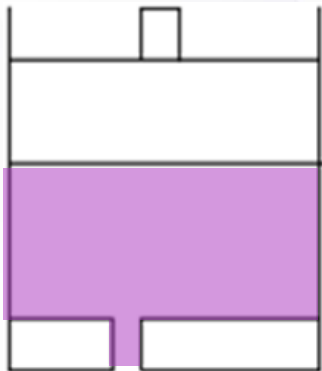
انواع رئومتر:

- (1) سیلندره‌ای هم محور چرخشی
- (2) سیلندر چرخشی درون سیال
- (3) مخروط و صفحه
- (4) صفحه‌های موازی چرخشی
- (5) همزن تیغه‌ای



■ رئومتر لوله موئین:

در زمان بررسی خواص رئولوژیکی باید مقادیر به دست آمده مستقل از دستگاه مورد استفاده باشند، اما در حالت حقیقی این اتفاق نمی افتد. زیرا این رئومترها سرعت و تنش های متفاوتی دارند و بسته به سرعت و یا تنشی که دستگاه ایجاد می کند، متفاوت اند. به همین دلیل خواص رئولوژیکی به دست آمده متفاوت است. بنابراین بایستی این خواص به صورت محدوده ای (گستره) بیان شوند. و یا در بعضی موارد لازم است تا از دو سیستم رئومتر (یکی از ۵ مورد اسلاید قبل و رئومتر لوله موئین) استفاده نماییم.



■ کلاسه بندی سیالات

(1) سیالات مستقل از زمان: به این سیالات، سیالات نیوتنی تعمیم یافته نیز می گویند.

در این سیالات، τ تابعی از $\dot{\gamma}$ می باشد. به عبارت دیگر تابعیت زمان ندارد. ← یعنی اگر با $\dot{\gamma} = 100s^{-1}$ به مدت یک دقیقه و ده دقیقه تنش اعمال کنیم، فرقی ندارد و τ ثابت است. (تابع نرخ برش است و نه مدت زمان اعمال برش)

$$\tau = f(\dot{\gamma}) \text{ یا } \dot{\gamma} = f(\tau)$$

(2) سیالات تابع زمان

(3) سیالات ویسکوالاستیک

- جامداتی که الاستیک هستند، انرژی را ذخیره می کنند و بعد از برداشت تنش به حالت اول برمی گردند. سیالی که تغییر شکل همیشگی در اثر تنش وارده پیدا می کند، ویسکوز است. در سیالات ویسکوالاستیکف نیمی از انرژی را نگه می دارند و مقداری را تلف می کنند.

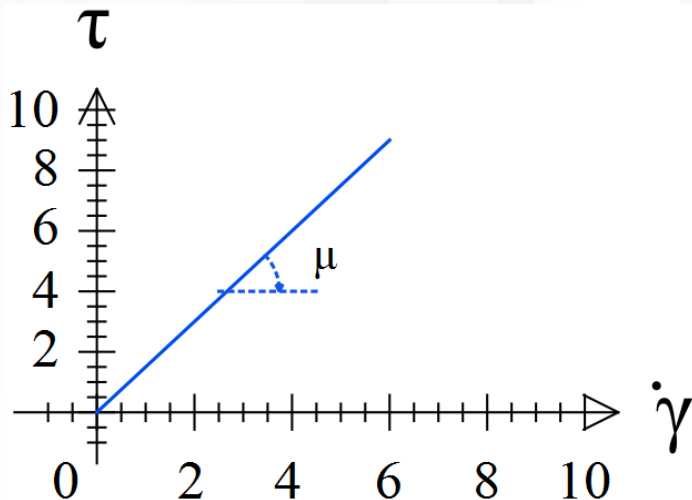


■ سیالات نیوتنی

سیال نیوتنی از قانون نیوتن تبعیت می کند و تنش متناسب با نرخ برش است. منحنی جریان آن خط راستی است که از مبدا می گذرد.

$$\tau = \mu \dot{\gamma}$$

$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = \mu \left(-\frac{dv_x}{dy} \right) = \mu \dot{\gamma}_{yx}$$



- اندیس اولیه τ و $\dot{\gamma}$: نشان دهنده جهت عمود بر سطح تحت برش
- اندیس ثانویه τ و $\dot{\gamma}$: نشان دهنده جهت نیرو
- علامت منفی: بر مخالفت در برابر جریان دلالت دارد.

mv : قانون ممتنم

$$\tau_{yx} = -\frac{\mu}{\rho} \times \frac{d}{dy} (\rho v_x)$$

ma : تغییرات ممتنم نسبت به زمان

ρv_x : ممتنم خطی در واحد حجم سیال در جهت X

ρ : مستقل از سرعت برشی ($\dot{\gamma}$) و تنش برشی (τ) می باشد.

علامت منفی: انتقال ممتنم در جهت کاهش سرعت

یک بعدی: نیرو در جهت X و سرعت فقط در جهت Y تغییر می کند.

- روابط تعریف شده برای دو بعدی و سه بعدی به نام روابط استوکس شناخته می شوند.

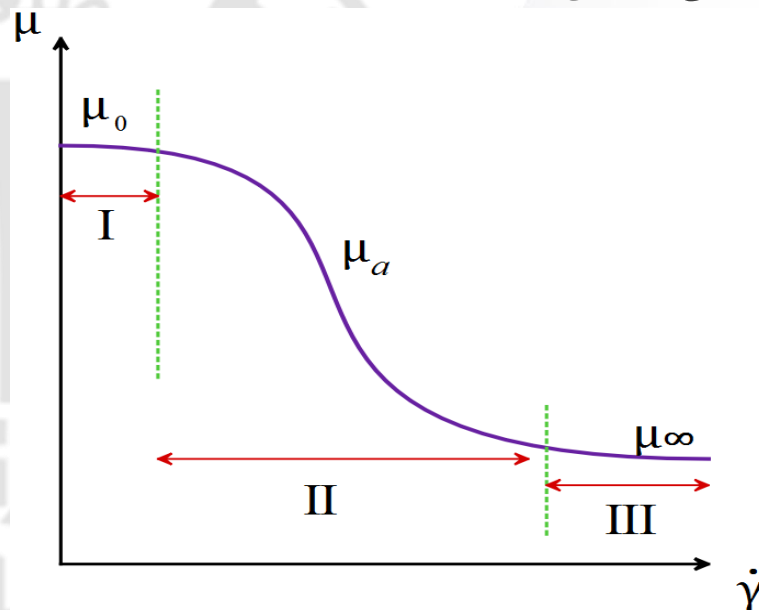
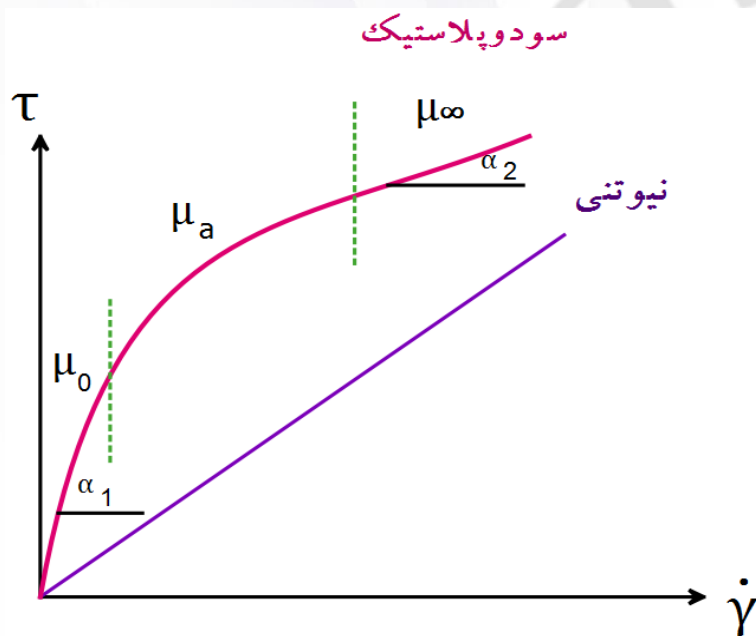


■ سیالات مستقل از زمان

سیالاتی که تنش تابعی از نرخ برش است و نه زمان اعمال برش. به عبارت دیگر مدت زمان تحت تنش تاثیری ندارد. متداول ترین سیال در مستقل از زمان ها، سیال سودوپلاستیک می باشد.

• سیال سودوپلاستیک:

سیال مستقل از زمانی است که در اثر افزایش نرخ برش، ویسکوزیته آن کاهش می یابد. به این سیالات "شبه پلاستیک" یا "برش رقیقی" نیز می گویند.



$$\tau = \mu_a \dot{\gamma} \rightarrow \mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$$



تمامی این ویسکوزیته ها را نمی توان با یک رئومتر اندازه گیری کرد، زیرا هر رئومتر در گستره معینی $\dot{\gamma}$ وارد می کند.

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.1 < \mu_0 < 1 \\ 1 < \mu_a < 100 \\ 100 < \mu_\infty \end{array} \right.$$

❖ قانون پاور [استوالد] (Power Law)

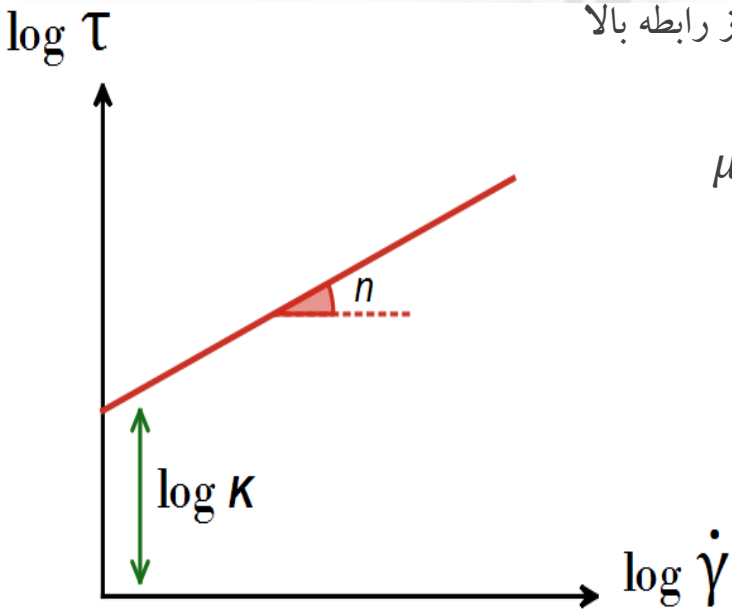
درجه انحراف از نیوتنی $\tau = k\dot{\gamma}^n$ ← shear stress

اندیس پیوستگی ← Shear rate

لگاریتم از رابطه بالا: $\log \tau = \log k + \log \dot{\gamma}^n$

$$\mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{k\dot{\gamma}^n}{\dot{\gamma}} = k\dot{\gamma}^{n-1}$$

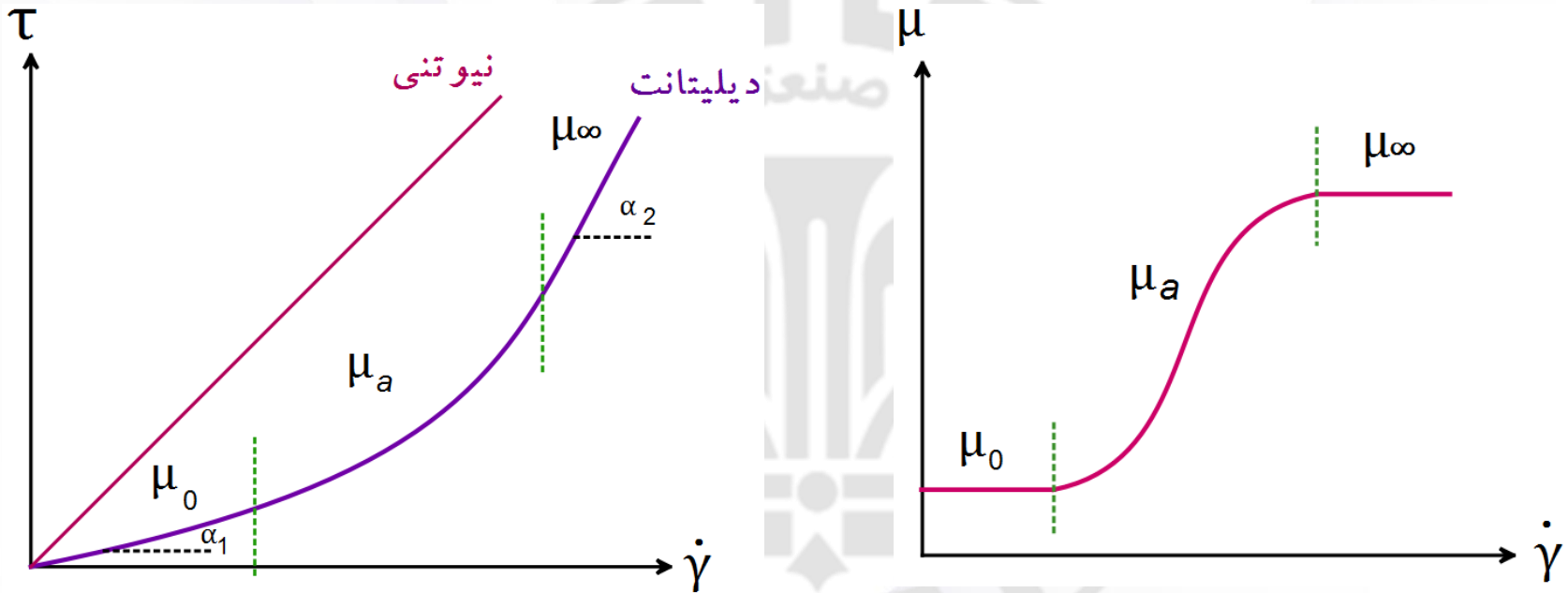
$$\mu_a = k\dot{\gamma}^{n-1}$$





• سیال دیلیتانت (Dilatent)

سیال مستقل از زمانی است که با افزایش نرخ برش، ویسکوزیته آن افزایش می یابد. به این سیالات "اتساعی" یا "برش غلیظی" نیز می گویند.



منحنی جریان

منحنی ویسکوزیته

$$\tau = \mu_a \dot{\gamma} \rightarrow \mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$$



➤ برای سه سیال نیوتنی، سودوپلاستیک و دیلیتانت قانون استوالد یا پاور صادق است. به این صورت که:

← سودوپلاستیک $n < 1$

← نیوتنی $n = 1$

← دیلیتانت $n > 1$

○ بیان میکرورنولوژی اعمال نیرو به سیال

(1) سیال سودوپلاستیک

در این سیالات وقتی نیرو به سیال وارد می شود، بر اساس نیروهای چسبندگی و پیوستگی، آرایش یافتگی اتفاق می افتد. هر چه آرایش یافتگی در جهت اعمال نیرو زیاد شود، مقاومت در برابر جریان آن کاهش می یابد. یعنی در ناحیه وسط رندم اتفاق می افتد اما در μ_{∞} دیگر آرایش یافته است.

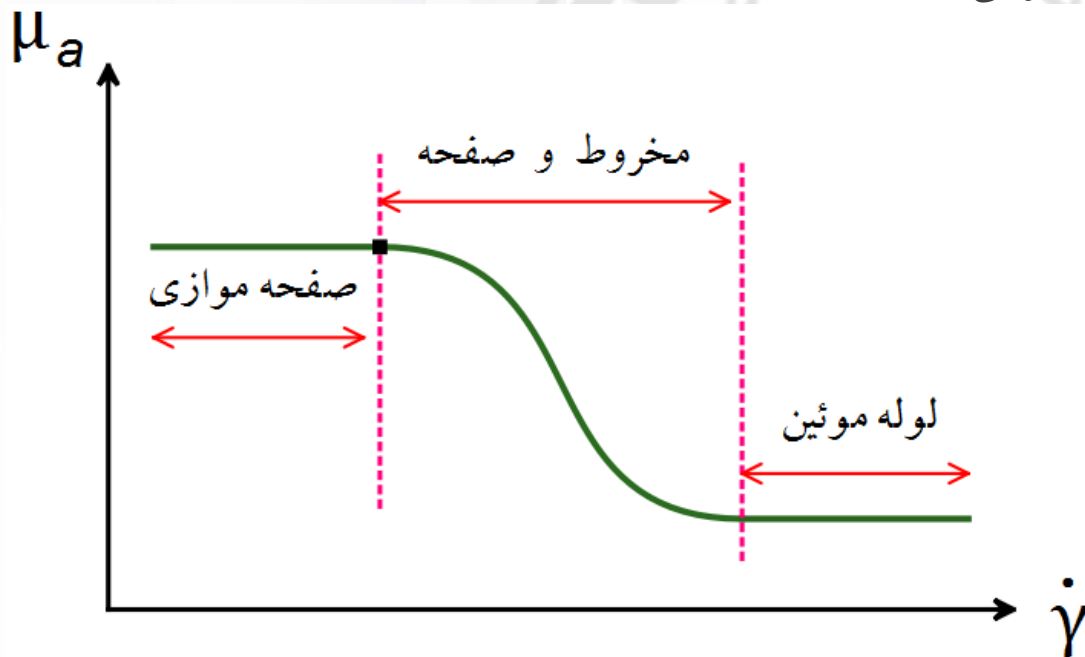
(2) سیال دیلیتانت

در این سیالات وقتی نیرو به سیال وارد می شود، ذرات شکسته می شوند، ترکندگی سیال نسبت به ذرات کم می شود. از برخورد ذرات به یک دیگر اصطکاک افزایش می یابد و با افزایش اصطکاک، ویسکوزیته افزایش می یابد.



- عمدتاً ناحیه ای که سرعت برشی در آن ثابت است (برش صفر) یا (ویسکوزیته صفر) با کاهش وزن مولکولی پلیمر (کاهش غلظت پلیمر، باریک شدن توزیع وزن مولکولی) وسیع تر می شود.
- سرعت کاهش ویسکوزیته با سرعت برشی در مواد مختلف، متفاوت است. گستره سرعت های برشی از 0.01 s^{-1} تا 10 s^{-1} می باشد.

مثال استفاده از رئومتر های مختلف برای نرخ های برشی متفاوت:



منحنی ویسکوزیته



مثال: فنولیک رزین در شرایط خاصی درون لوله کاپیلاری مانند سیال پاورلو عمل می کند. نمونه ای از این سیال در دمای 125°C در نرخ برش 10 s^{-1} ویسکوزیته آن $248 \times 10^3 \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}$ می باشد و در نرخ برش 1000 s^{-1} ویسکوزیته آن $3.31 \times 10^3 \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}$ می باشد. مقادیر n و k را به دست آورید.

حل:

$$\text{Power Law: } \tau = k\dot{\gamma}^n \quad \rightarrow \quad \mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{k\dot{\gamma}^n}{\dot{\gamma}} = k\dot{\gamma}^{n-1} \quad \rightarrow \quad \mu_a = k\dot{\gamma}^{n-1}$$

$$\tau = \mu_a \dot{\gamma} \quad \text{از طرفی می دانیم}$$

$$\left. \begin{array}{l} 248 \times 10^3 = k(10)^{n-1} \\ 3.31 \times 10^3 = k(1000)^{n-1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{تابع لگاریتم می گیریم} \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{l} \log(248 \times 10^3) = \log k + (n-1) \log 10 \\ \log(3.31 \times 10^3) = \log k + (n-1) \log 1000 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5.394 = \log k + n - 1 \\ 3.519 = \log k + 3n - 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{از هم تفریق می کنیم} \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{l} -0.125 = -2n \rightarrow n = 0.0625 \end{array}$$

جایگذاری در یکی از معادلات

$$248 \times 10^3 = k(10)^{0.0625-1} \rightarrow k = 2.1494 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{s}^{0.0625} \text{m}^2$$



مثال: یک محلول پلیمری به وسیله معادله زیر که رابطه بین تنش برشی و نرخ برش است توصیف می شود.
ویسکوزیته آن را بر حسب Pa.s در تنش برشی ۱۰۰۰ به دست آورید.

$$\tau = 2.76 \times 10^2 \dot{\gamma}^{0.635}$$

$$n = 0.635 \text{ و } k = 2.76 \times 10^2$$

$$\text{با توجه به رابطه داده شده} \rightarrow 1000 = 2.76 \times 10^2 \dot{\gamma}^{0.635} \rightarrow \dot{\gamma} = 7.861 \text{ s}^{-1}$$

$$\mu_a = k \dot{\gamma}^{n-1} = 2.76 \times 10^2 (7.861)^{0.635-1} = 127 \left(\frac{N \cdot s}{m^2} \right)$$

$$\text{بنابراین: } \mu_a = 127 \text{ Pa} \cdot \text{s} \rightarrow 1 \frac{N}{m^2} = 1 \text{ Pa} \text{ : از طرفی می دانیم}$$

حل:



مثال: اطلاعات زیر در دمای آزمایشگاه برای محلول ۱.۱۰٪ پلیمر پلی اکریل آمید به دست آمده است: مشخصات و نوع سیال را تعیین کنید.

روش حل: نمودار $\tau - \dot{\gamma}$ رسم می کنیم و نوع سیال مشخص می کنیم. در اینجا سیال سودوپلاستیک می باشد و بنابراین قانون پاورلا برای آن صادق است. سپس نمودار $\log \tau - \log \dot{\gamma}$ رسم می نماییم و با استفاده از شیب نمودار و عرض از مبدا مقادیر n و k به دست می آید.

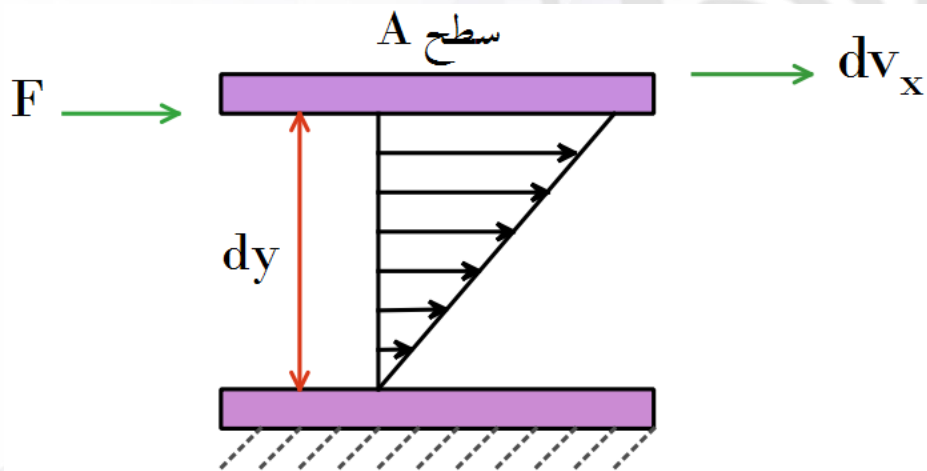
قانون پاورلا:

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \rightarrow \log \tau = \log k + n \log \dot{\gamma}$$

$\tau \left(\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \right)$	$\dot{\gamma} (s^{-1})$
365	415
434	748
471	929
536	1360
566	1630
616	2110
653	2360
695	2710
748	3400



سرعت در جهت X اعمال می شود اما مولفه سرعت در جهت Y تغییر می کند.



$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = \mu \left(-\frac{dV_x}{dy} \right) = \mu \dot{\gamma}_{yx}$$

$$\tau_{yx} = -\frac{\mu}{\rho} \frac{d(\rho V_x)}{dy}$$

(۱) صفحه ی x در جریان سه بعدی ←

$$\tau_{xx} = -2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)$$

تنش عمود

$$\tau_{xy} = -\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{xz} = -\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)$$

(۲) صفحه ی y در جریان سه بعدی ←

$$\tau_{yy} = -2\mu \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)$$

تنش عمود

$$\tau_{yx} = -\mu \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{yz} = -\mu \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right)$$



(۳) صفحه ی z در جریان سه بعدی ←

$$\tau_{zz} = -2\mu \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)$$

تنش عمود τ_{zz}

$$\tau_{zx} = -\mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right)$$

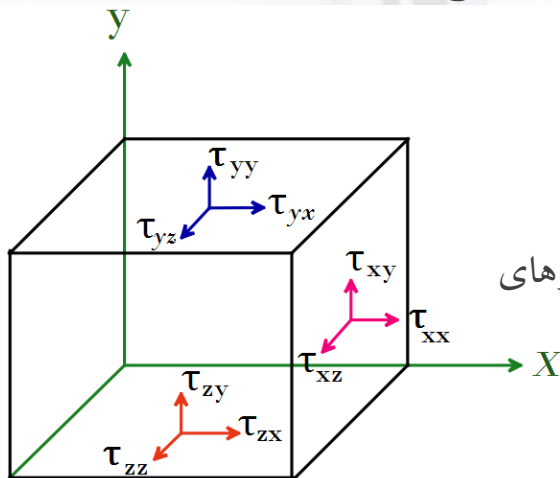
$$\tau_{zy} = -\mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right)$$

- یک المان در حال تعادل نظر می گیریم، جریان سه بعدی و سیال نیوتنی است. نتایج زیر به دست می آید:

$$\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz} = 0$$

$$\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz} = 0$$

به عبارت دیگر یک سیال نیوتنی نه تنها دارای ویسکوزیته ثابت است، بلکه نیروهای برشی، تنش های برشی ایجاد میکند و نه تنش های عمودی. در صورتی که سیالات غیر نیوتنی تنش های عمودی نیز ایجاد می کنند.



✓ تنش های عمود در کتاب مرجع اعلام شده به صورت P_{xx} و P_{yy} و P_{zz} نشان داده شده است.



سیالات مستقل از زمان

- a) Shear – thinning (برش رقیقی) or pseudoplastic (سودوپلاستیک)
- b) Visco plastic (ویسکوپلاستیک)
- c) Shear – thickening (برش غلیظی) or Dilatent (اتساعی)

❖ سودوپلاستیک:

▪ قانون استوالد یا پاورلو:

$$\tau = m\dot{\gamma}^n$$

اکثر روابط رئولوژی بر پایه عملی است. در قانون استوالد یا پاورلو برازش نموداری به دو پارامتر n و m گفته می شود که پارامترهایی تجربی و عملی هستند.

• ضعف ها و ایرادات قانون استوالد یا پاورلو:

(۱) واحد μ وابسته به n می باشد و n نیز متغیر است. بنابراین یکای معین و واحدی ثابت برای بیان ویسکوزیته نخواهیم داشت. $\mu_a = k\dot{\gamma}^{n-1}$

(۲) در قانون استوالد امکان محاسبات در μ_0 و μ_∞ وجود ندارد و تنها قادر به محاسبه μ_a می باشیم.



- وقتی در سرعت های برشی بسیار بالا و بسیار پایین، انحراف قابل توجهی از مدل Power Law نشان داده شود، لازم است از مدلی استفاده شود که مقادیر ویسکوزیته در برش های بسیار بالا و بسیار پایین یعنی μ_0 و μ_∞ را در نظر بگیرد. (مقادیر ویسکوزیته ای که در برش های بالا و پایین برای سیال مطرح است).

The Carreau Viscosity Equation

▪ مدل کارو

کارو بر اساس نظریه شبکه های مولکولی در سال ۱۹۷۲ مدل زیر را برای ویسکوزیته ارائه داد که در آن μ_0 و μ_∞ در نظر گرفته شده است.

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left\{ \left(1 + (\lambda \dot{\gamma}_{yx})^2 \right)^{\frac{n-1}{2}} \right\}$$

در این رابطه $n < 1$ و n و λ پارامترهای برازش منحنی هستند.

این مدل قادر به توصیف رفتار سودوپلاستیک در محدوده های وسیعی از سرعت های برشی می باشد. اما به دلیل دارا بودن ۴ پارامتر قدری پیچیده است.

مدل کارو برای وقتی که $n = 1$ باشد یا $\lambda = 0$ می تواند رفتار نیوتنی را توصیف کند: $\mu = \mu_0$



The Cross Viscosity Equation

▪ مدل کراس

مدل کراس، مدل چهارپارامتری دیگری است که مقبولیت قابل توجهی در کاربرد به دست آورده است و در سال ۱۹۶۵ توسط کراس ارائه شد و برای تنش برشی ساده به صورت زیر است:

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = \frac{1}{1 + k(\dot{\gamma}_{yx})^n}$$

در این رابطه $n < 1$ و n و k پارامترهای برازش منحنی هستند.

μ_0 و μ_{∞} به ترتیب دو حد ویسکوزیته ظاهری پایین و بالا می باشد. این مدل وقتی که $k \rightarrow 0$ به معادله نیوتنی تبدیل شده و در حالتی که $\mu \ll \mu_0$ یا $\mu \gg \mu_0$ به معادله پاورلا ساده تبدیل می شود.

هر چند که کراس در روز اول برای تخمین بسیاری از ویسکوزیته های رایج مقدار $n = \frac{2}{3}$ را ثابت در نظر گرفته بود اما امروزه ثابت شده است که n یک پارامتر قابل تنظیم است و یک مقدار ثابت نمی باشد.



The Ellis Fluid Model

▪ مدل الیس

زمانی که میزان انحرافات از معادله Power Law تنها در سرعت های برشی پایین قابل توجه است، از مدل الیس استفاده می شود.

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \left(\tau_{yx} / \tau_{\frac{1}{2}} \right)^{\alpha-1}}$$

در این رابطه $\alpha > 1$ و α و $\tau_{\frac{1}{2}}$ پارامترهای برازش منحنی هستند.

در اینجا α معیاری است از درجه رفتار سودوپلاستیکی سیال یا به عبارتی برش رقیقی، به طوریکه هر چه α بیشتر باشد، سیال برش رقیق تر است و سودوپلاستیک تر می باشد.

$\tau_{\frac{1}{2}}$: مقدار تنش برشی که در آن ویسکوزیته ظاهری به نصف مقدار خود در برش صفر برسد را نشان می دهد.

$$\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \tau \rightarrow \mu_0$$

زمانی که $\tau_{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty$ این مدل سیال نیوتنی را پیش بینی می کند.

○ سه معادله ای که تا الآن ارائه شد، مبنای کار همگی بر اساس فرمول اولیه یعنی $\dot{\gamma} = f(\tau)$ بود، اما مبنای مدل الیس بر اساس $\tau = f(\dot{\gamma})$ می باشد.



مثال: داده های زیر برای تنش برشی و نرخ برش به دست آمده است:

مطلوب است: رسم منحنی جریان بر روی مقیاس $\log\text{-}\log$ ؟

آیا قانون توان می تواند برای تمام این داده ها صدق کند؟ مقدار n و k را به دست آورید.

آیا قانون ایس برای این داده ها بهتر از قانون توان صدق می کند؟ مقادیر μ_0 و $\tau_{\frac{1}{2}}$ و α به دست آورید.

$\dot{\gamma}_{yx}(s^{-1})$	$\tau_{yx}(pa)$	$\dot{\gamma}_{yx}(s^{-1})$	$\tau_{yx}(pa)$	$\dot{\gamma}_{yx}(s^{-1})$	$\tau_{yx}(pa)$	$\dot{\gamma}_{yx}(s^{-1})$	$\tau_{yx}(pa)$
0.14	0.12	0.883	0.69	5.57	3.79	35.2	16.22
0.176	0.14	1.11	0.85	7.02	4.98	44.3	18.92
0.222	0.17	1.4	1.08	8.83	5.41	55.7	22.10
0.28	0.21	1.76	1.31	11.12	6.53	70.2	26.13
0.352	0.28	2.22	1.63	14	8.11	88.3	30
0.443	0.35	2.8	2.01	17.62	9.46	111.2	34.8
0.557	0.446	3.52	2.53	22.2	11.5		
0.702	0.563	4.43	3.08	27.2	13.5		



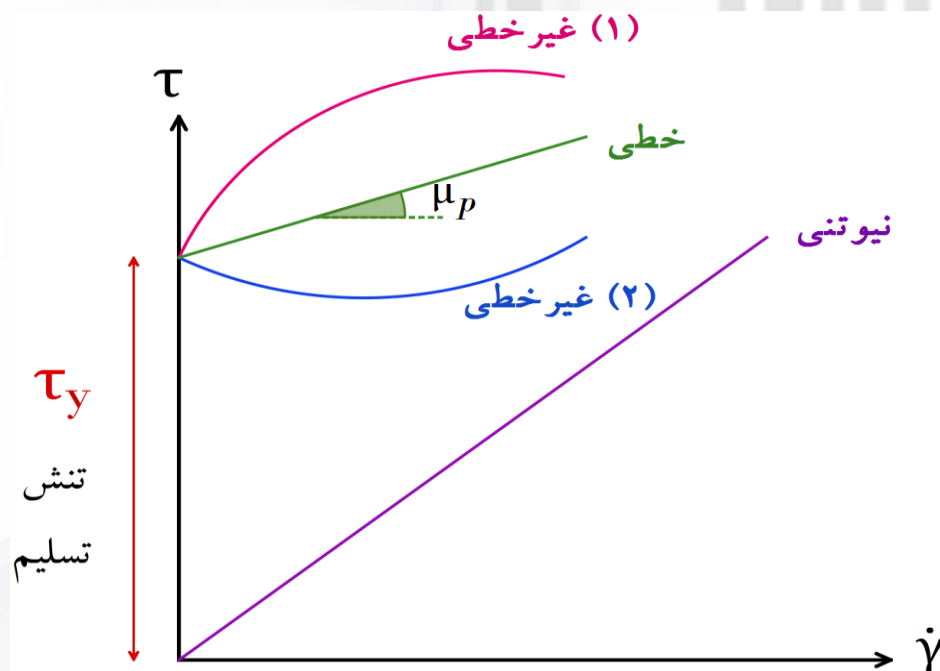
❖ ویسکوپلاستیک

این سیالات دارای تنش تسلیم می باشند و تا غلبه پیدا نکردن به این تنش تسلیم، سیال جریان نخواهد یافت و به صورت الاستیک عمل می کند و بعد از غلبه پیدا کردن بر تنش تسلیم، سیال جریان پیدا می کند. منحنی جریان ممکن است خطی و یا غیر خطی باشد اما از مبدا نمی گذرد.

فرض بر این است که این نوع سیالات زمانی که در حالت ساکن و استراحت هستند، دارای ساختار شبکه ای سه بعدی اند و در آن حالت مقاومت از خودشان نشان می دهند و مانند یک جسم الاستیک عمل می کنند. زمانی که نیروی اعمال شده به تنش تسلیم غلبه کند، ساختار سه بعدی شبکه ای شکسته می شود و مولکول ها نسبت به همدیگر حرکت می کنند و جریان می یابند. بعد از مدتی این سیالات دوباره به حالت ساختار شبکه ای باز می گردند و دوباره دارای تنش تسلیم می شوند.

شخصی به نام "بینگهام" اولین بار این سیالات را مدل سازی کرد اما فقط مدل خطی آن را به دست آورد.

مثال: اکثر سوسپانسیون ها این حالت را از خودشان نشان می دهند (سس گوجه، خمیر دندان).



(1) غیر خطی ← سودوپلاستیک تسلیمی

(2) غیر خطی ← دیلیتانت تسلیمی



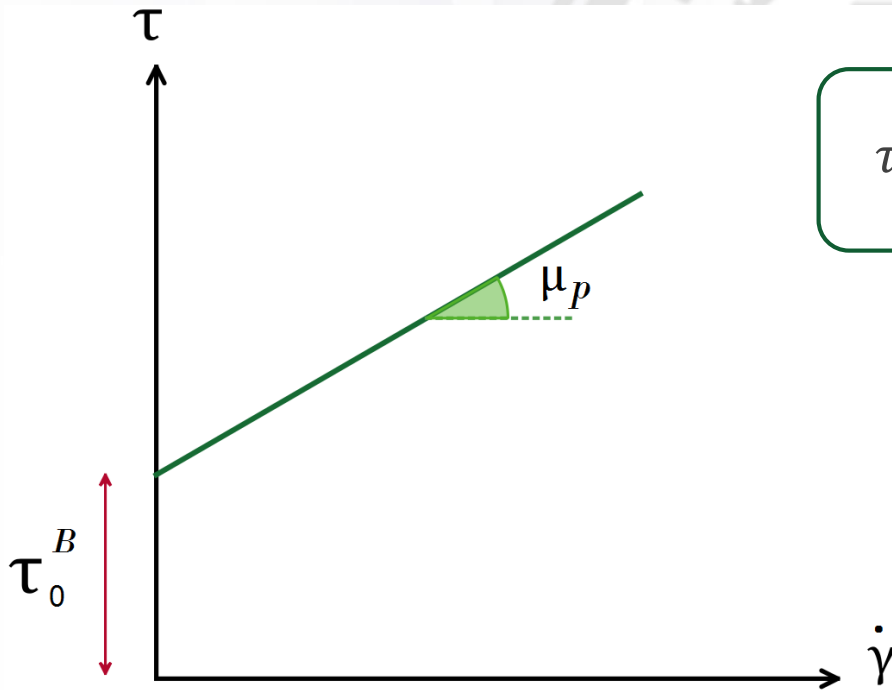
مدل های ریاضی برای سیالات ویسکوپلاستیک:

The Bingham Plastic Model

▪ مدل بینگهام پلاستیک

این مدل، مدلی معتبر است و ساده ترین مدل برای شرح سیالات ویسکوپلاستیک می باشد.

$$\tau - \tau_y = \mu_p \dot{\gamma} \rightarrow \tau = \tau_y + \mu_p \dot{\gamma} \quad \leftarrow \text{فرمول کلی}$$



$$\tau_{yx} = \tau_0^B + \mu_B (\dot{\gamma}_{yx})$$

$$|\tau_{yx}| > |\tau_0^B|$$

$$\dot{\gamma}_{yx} = 0$$

$$|\tau_{yx}| < |\tau_0^B|$$



The Hershel-Bukley Fluid Model

▪ مدل هرشل باکلی

این مدل، امروزه بسیار معروف بوده و کاربرد دارد. در اینجا نیز بایستی تنش اعمال شده از تنش تسلیم بیشتر باشد تا جریان سیال اتفاق بیوفتد.

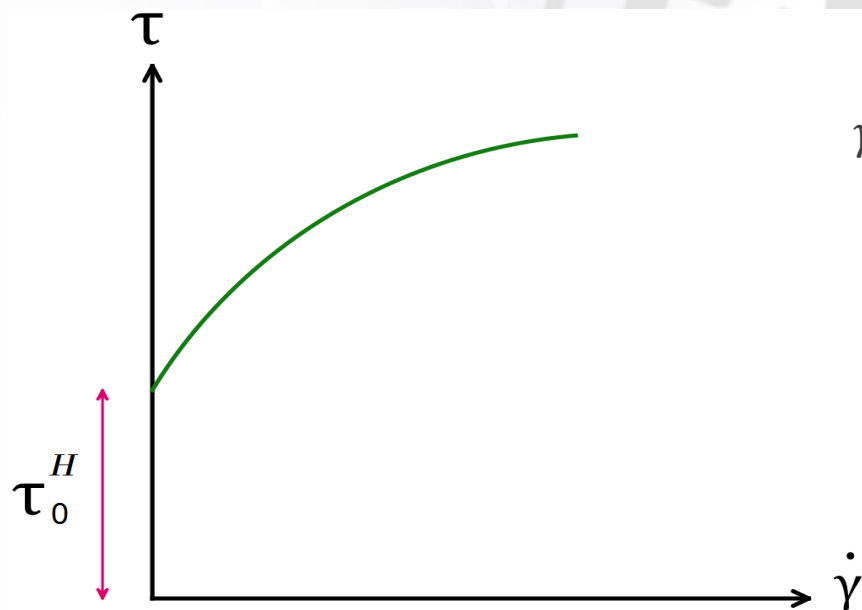
$$\tau_{yx} > \tau_0^H$$

$$\tau_{yx} = \tau_0^H + m(\dot{\gamma}_{yx})^n$$

$$|\tau_{yx}| > |\tau_0^H|$$

$$\dot{\gamma}_{yx} = 0$$

$$|\tau_{yx}| < |\tau_0^H|$$



• ایرادات این مدل: واحد m وابسته به n می باشد.



The Casson Fluid Model

▪ مدل کیسون

این مدل بیشتر برای مواد غذایی مثل ماست، شکلات، رب گوجه و ... استفاده می شود.

$$\left(|\tau_{yx}|\right)^{\frac{1}{2}} = \left(|\tau_0^c|\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\mu_c |\dot{\gamma}_{yx}|\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$|\tau_{yx}| > |\tau_0^c|$$

$$|\tau_{yx}| < |\tau_0^c|$$

$$\dot{\gamma}_{yx} = 0$$

$\dot{\gamma}_{yx}(s^{-1})$	$\tau_{yx}(pa)$
2.43	73.85
2.17	71.60
1.77	70.00
1.582	68.07
1.29	65.48
0.944	61.93
0.692	59.02
0.510	56.41
0.377	54.46
0.286	51.96
0.205	49.64

مثال: داده های زیر برای برش یکنواخت یک محلول پلیمری در دمای 298 K گزارش شده است.

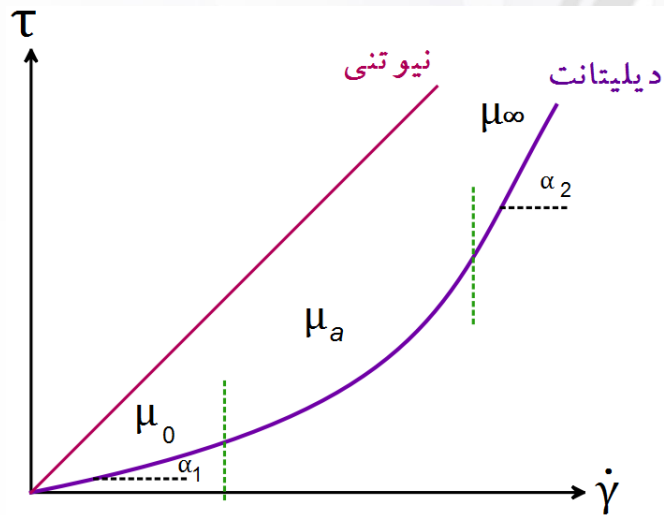
مطلوب است: تعیین پارامترهای مدل برای معادلات ویسکوزیته ارائه شده (۱) مدل استوالد (۲) مدل بینگهام پلاستیک (۳) مدل کیسون (۴) مدل هرشل باکلی و تعیین کنید کدام مدل برای این محلول پلیمری مناسب تر است.



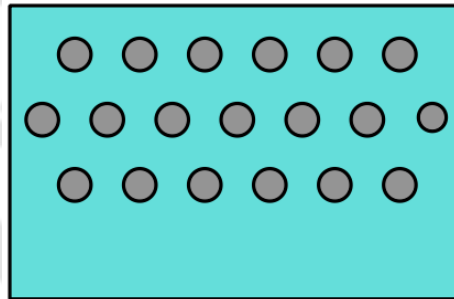
❖ دیلیتانت

این سیالات مستقل از زمان هستند که با افزایش نرخ برش ویسکوزیته آنها افزایش می یابد. در حالت عادی و کلی انقدر سیال میان ذرات وجود دارد که حرکت یک ذره نسبت به ذره دیگر را راحت می کند و ذرات روی یک دیگر سر می خورند.

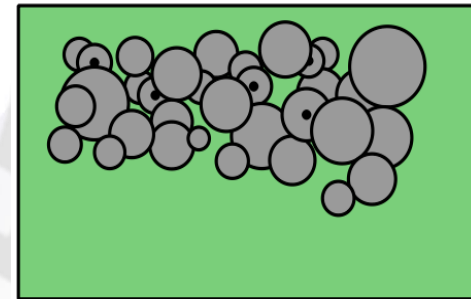
اما فرض کنید به این سیال نیروی برشی اعمال شود. ذرات می شکنند و سیال قادر به پوشش دادن ذرات در گذر از روی هم دیگر نیست. حفراتی به وجود می آید و سیالی وجود ندارد که از برخورد ذرات با یک دیگر و اصطکاک جلوگیری کند و اصطکاک به وجود می آید، بنابراین ذرات در یک دیگر فرو می روند و ویسکوزیته افزایش می یابد.



منحنی جریان



ذرات سیال در حالت عادی



ذرات سیال بعد از اعمال نیروی برشی

- بعضی سیالات در نرخ های برشی بالا و پایین متفاوت عمل می کنند. هر سیالی ممکن است که در نرخ های برشی مختلف، کلاس آن یا نوع آن تغییر کند. به طور مثال از سودوپلاستیک به دیلیتانت تغییر کند.



Time Dependent Fluid Behaviour

سیالات تابع زمان

معادلات به دست آمده برای سیالات مستقل از زمان فقط آنها را توصیف می کنند و نمی تواند سیالات تابع زمان را توصیف کند.

در حقیقت ویسکوزیته ظاهری سیال تابع زمان نه فقط به سرعت برشی ($\dot{\gamma}$) بلکه به مدت زمانی که سیال تحت برش قرار گرفته است نیز وابسته است.

مثال: نفت خام، مواد غذایی

به عبارت دیگر زمانی که سیالی را در برش ثابت هم بزنیم، ویسکوزیته با افزایش زمان تغییر خواهد کرد.

وقتی این سیالات تحت برش قرار می گیرند، ساختاری دارند که شروع به شکسته شدن می کنند. محل هایی که قابل شکستن است زیاد می باشد و به مرور زمان با تداوم اعمال برش، این محل ها کم می شود اما نمی توانند دوباره در این مکان ها پیوند برقرار کنند.

مثال: وقتی ۳٪ ذرات نانو استفاده شود، توزیع خوب در سیال خواهیم داشت اما بیشتر از ۳٪ ذرات شروع به کلوخه ای شدن می کنند.

تعادل ترمودینامیکی: زمانی که میزان شکسته شدن و تشکیل شدن یکسان باشد.

پس از قرار گرفتن تحت برش ثابت به مدت طولانی و به حالت استراحت رها کردن، دوباره ساختار به وجود می آید.

ویسکوزیته ظاهری آنها با شکست ساختار داخلی کاهش پیدا می کند. از این رو تعداد پیوندهای ساختاری قابل شکست در آن ماده کاهش می یابد و در نتیجه ویسکوزیته با گذشت زمان زمان کم می شود.

از طرف دیگر با شکست ساختارها، سرعتی که این پیوند ها را می تواند دوباره تشکیل دهد افزایش می یابد و وقتی که سرعت های شکست و تشکیل ساختار به تعادل برسد، یک حالتی از تعادل ترمودینامیکی به وجود می آید.

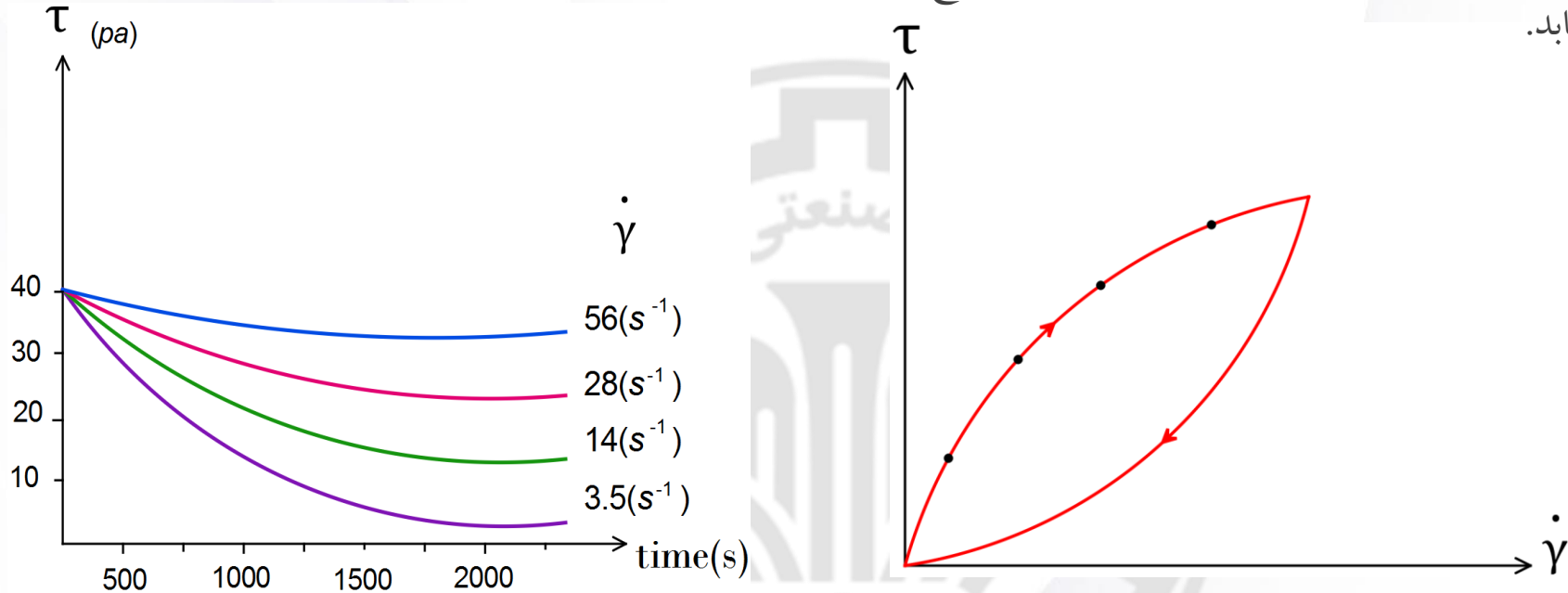
این نوع سیالات را می توان به دو گروه تقسیم کرد:



Thixotropy

❖ تیکسوتروپیک (المنی سودوپلاستیک)

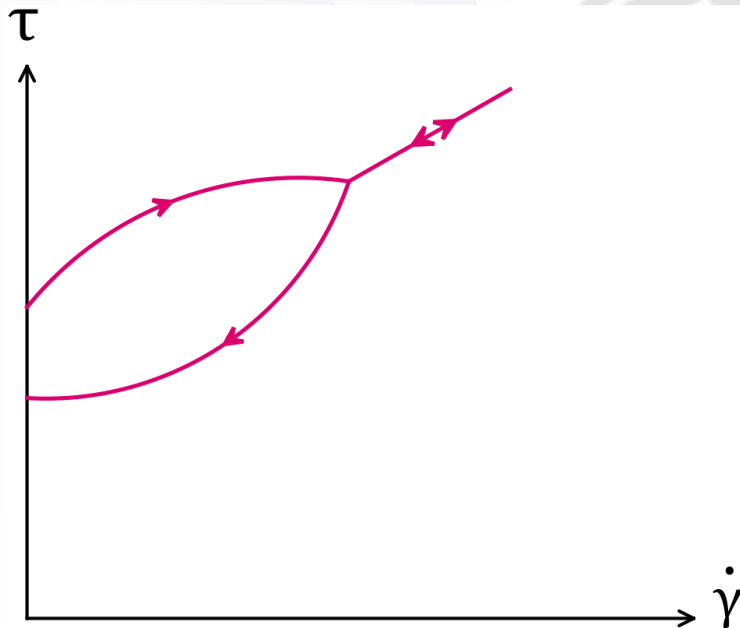
ماده تیکسو تروپیک در صورت قرار گرفتن تحت نرخ برشی ثابت، ویسکوزیته ظاهری آنها با افزایش زمان، کاهش می یابد.



- با کاهش محل های قابل شکست، نرخ کاهش ویسکوزیته کاهش می یابد.
- منحنی جریان این سیالات ممکن است روی خودش برنگردد، یعنی زمان تاثیر گذار بوده است. بنابراین hysteresis loop یا حلقه پسماند ایجاد می شود. این منحنی ها می تواند تاثیر زمان و وابستگی به زمان را نشان دهد.
- ارتفاع، شکل و سطح حلقه پسماند وابسته به زمان برش، نرخ افزایش و یا کاهش برش و تاریخچه سینتیک سیال می باشد. بدین صورت که هر چه سطح حلقه پسماند بیشتر باشد، وابستگی به زمان بیشتر است. می توان از این اطلاعات جهت برابر کردن تاثیر زمان استفاده نمود.
- اگر سیال مستقل از زمان باشد، در منحنی جریان روی خودش برمیگردد یعنی رفت و بازگشت بر هم منطبق است.



- یک حالت دیگر وجود دارد به نام false body (جسم کاذب) که وقتی برمیگردد روی خودش برنمیگردد و هنوز تنش تسلیم دارد اما کمتر شده است. به عبارت دیگر رفتار تیکسوتروپیک و یسکوپلاستیک یعنی سیالی که یسکوپلاستیک است و تابعیت زمان دارد.
- ناحیه ای از نمودار که بر هم منطبق شدند یعنی سرعت شکستن و پیوستن ساختار یکسان است و به تعادل ترمودینامیکی رسیده است.





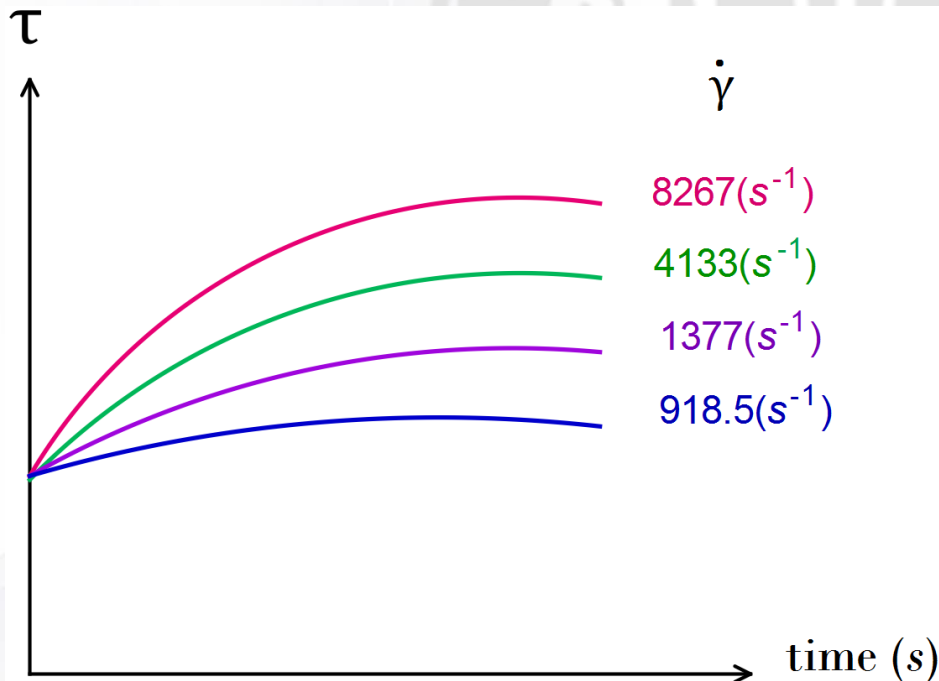
Rheopexy

❖ رئوپکسی (المتنی دیلتانت)

در این سیالات ویسکوزیته ظاهری آنها با زمان برش، افزایش می یابد. همچنین حلقه هیستریزس یا حلقه پسماند از خود نشان می دهند.

همانطور که در شکل نشان داده شد، در این نوع سیالات رئوپکتیک، حرکت برشی آرام منجر به تسریع تشکیل ساختار می شود اما حرکت برشی شدیدتر منجر به تخریب آن می شود. به همین دلیل در برش بالا، ویسکوزیته کاهش می یابد.

برای این نوع سیالات ممکن است برش بحرانی تعریف کنند. به عبارت دیگر بالاتر از برش بحرانی تخریب داریم و پایین تر از آن تشکیل ساختار و این موضوع بستگی به سرعت برش دارد.





Houska

▪ مدل هوسکا

این مدل از اصلاح مدل هرشل باکلی که برای سیالات تیکسوتروپیک ارائه شد به دست آمده است:

$$\tau_{yx} = (\tau_{y_0} + \tau_{y_1}) + (m_0 + \xi m_1) \dot{\gamma}_{yx}^n$$

← وابستگی به ساختار

$$\frac{d\xi}{dt} = a(1 - \xi) - b \xi \dot{\gamma}_{yx}^\varepsilon$$

← تابعیت زمان نشان می دهد

$$0 < \xi < 1$$

$$0 = \xi$$

ساختار کاملاً شکسته

$$1 = \xi$$

ساختار کامل

$$\tau_{y_1} \leftarrow \text{سهم تنش تسلیم وابسته به زمان}$$

$$\tau_{y_0} \leftarrow \text{تنش تسلیم دائمی}$$

$$m_1 \leftarrow \text{سهم اندیس پیوستگی وابسته به زمان}$$

$$m_0 \leftarrow \text{اندیس پیوستگی دائمی}$$

- در این معادلات m_0 و τ_{y_0} به ترتیب پارامترهای دائمی تنش تسلیم و اندیس پیوستگی می باشند و m_1 و τ_{y_1} به ترتیب مربوط به سهم وابسته به زمانی هست که بایستی تابع خطی ساختار لحظه ای یعنی ξ باشند و برای مقدار ثابت ξ عمل می کند.
- معادله دوم یک معادله دینامیکی سرعت تشکیل و شکست ساختار را به واسطه ی سرعت تغییر ξ به هم مربوط می کند.
- در این معادلات ۸ پارامتر داریم: $n, a, m_0, m_1, b, \tau_{y_0}, \tau_{y_1}$ و ε که ۵ مورد اول جزء پارامترهای موادی و ۳ پارامتر آخر جزء پارامتر سینتیکی می باشد.



روش حل مسائل و تعیین بهترین تطابق آماری

اگر برای حل مسائل نخواهیم از روش ترسیمی استفاده کنیم بایستی با استفاده از رگرسیون خطی به حل مسائل پردازیم:

■ رگرسیون خطی:

اگر معادله اعلام شده برای هر یک از مدل های ریاضی ارائه شده را به صورت $y = a + bx$ مرتب سازی کنیم و خواهیم داشت:

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

❖ دو روش برای بهترین تطابق آماری وجود دارد:

(۱) r^2 (۲) انحراف معیار



▪ روش r اسکوئر یا r^2 :

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

مقدار $-1 < r < +1$ تغییر می کند. هر چه r به یک نزدیک تر باشد تطابق بهتر است.

$r = -1$ ← همبستگی کامل منفی بین دو متغیر

$r = 0$ ← عدم وجود همبستگی بین دو متغیر

$r = +1$ ← همبستگی کامل مثبت بین دو متغیر

▪ روش انحراف معیار یا S_{yx} :

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_x)^2}{n - 2}}$$

در روش خطای استاندارد یا انحراف معیار، هر چه S_{yx} بیشتر باشد، تطابق با مدل مورد بررسی کمتر است.



بررسی مدل‌ها از نظر رگرسیون خطی

(۱) پاورلا Power Law

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \rightarrow$$

$$\log \tau = \log k + n \log \dot{\gamma}$$

$$y = a + b x$$

(۲) بینگهام پلاستیک Bingham

$$\tau_{yx} = \tau_0^B + \mu_B (\dot{\gamma}_{yx})$$

$$y = a + b x$$

(۳) کیسون Casson

$$\tau_{yx}^{\frac{1}{2}} = \tau_0^c{}^{\frac{1}{2}} + (\mu_c \dot{\gamma}_{yx})^{\frac{1}{2}}$$

$$y = a + b x$$

$$b = \mu_c^{\frac{1}{2}}$$

$$x = \dot{\gamma}_{yx}^{\frac{1}{2}}$$

هرشل باکلی Hershel-Bukley (۴)

$$\tau_{yx} = \tau_0^H + m(\dot{\gamma}_{yx})^n \rightarrow$$

$$\log(\tau - \tau_0^H) = \log m + n \log \dot{\gamma}$$

$$y = a + b x$$

الیس Ellis (۵)

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \left(\tau_{yx} / \tau_{\frac{1}{2}}\right)^{\alpha-1}} \rightarrow$$

$$\log \tau = \log \tau_{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\alpha - 1} \log \left(\frac{\mu_0}{\mu} - 1 \right)$$

$$y = a + b x$$

کارو Carreau (۶)

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left\{ \left(1 + (\lambda \dot{\gamma}_{yx})^2 \right) \right\}^{\frac{n-1}{2}} \rightarrow$$

$$\log \left(\left(\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} \right)^{\frac{2}{n-1}} - 1 \right) = \log \lambda^2 + n \log \dot{\gamma}^2$$

$$y = a + b x$$



Cross کراس (۷)

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = \frac{1}{1 + k(\dot{\gamma}_{yx})^n} \rightarrow \log \left(\left(\frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{\mu - \mu_{\infty}} \right) - 1 \right) = \log k + n \log \dot{\gamma}$$

$$y = a + b x$$

• روش های تطابق:

- ۱) ترسیم: منحنی ویسکوزیته $\mu - \dot{\gamma}$ را براساس داده هایی که مسئله داده رسم می کنیم، طبق مدل پیش بینی می کنیم و با قانون پاورلا مقایسه میکنیم. هر کدام به نمودار نزدیک تر شد، بهترین تطابق را دارد.
- ۲) رگرسیون خطی: r^2 یا انحراف معیار
- ۳) منحنی جریان: رسم منحنی جریان براساس تابع لگاریتم بهتر است.

1. The following rheological data have been obtained for a liquid at 295.5K.

Shear rate (s^{-1})	Shear stress (Pa)	Shear rate (s^{-1})	Shear stress (Pa)
2.22	1.32	35.16	20.92
4.43	2.63	44.26	26.33
7.02	4.17	70.15	41.74
8.83	5.25	88.31	52.54
11.12	6.62	111.17	66.15
14	8.33	139.96	83.27
17.62	10.48	176.2	104.84
22.18	13.20	221.82	132.0
27.93	16.62	279.25	166.15

By plotting these data on linear and logarithmic scales, ascertain the type of fluid behavior, e.g. Newtonian, or shear-thinning, or shear-thickening, etc. Also, if the liquid is taken to have power-law rheology, calculate the consistency and flow- behaviour indices respectively for this liquid.

2. The following rheological data have been reported for a 0.6% (by weight) carbopol solution in a 1.5% (by weight) NaOH aqueous solution at 292K.

$\dot{\gamma}(s^{-1})$	$\tau(Pa)$	$\dot{\gamma}(s^{-1})$	$\tau(P)$
0.356	1.43	7.12	4.86
0.449	1.54	8.96	5.40
0.564	1.65	11.25	6.03
0.712	1.79	14.17	6.62
0.896	1.97	17.82	7.45
1.13	2.17	22.47	8.40
1.42	2.44	28.30	9.46
1.78	2.61	35.57	10.41
2.25	2.84	44.89	12.06
2.83	3.27	56.43	13.60
3.56	3.60	71.15	15.14
4.49	3.98	89.55	17.03
5.64	4.38	112.5	19.16

Plot is data in the form of $\tau - \dot{\gamma}$ and $\mu - \dot{\gamma}$ on logarithmic coordinates. Evaluate the power-law parameters for this fluid. Does the use of the Ellis fluid (equation 1.16) or of the truncated Carreau fluid (equation 1.14) model offer improvement over the power-law model in representing these data? What are the mean and maximum % deviations from the data for these three models?



3. The following rheological data for milk chocolate at 313 K are available. Determine the Bingham plastic (equation 1.17) and Casson model (equation 1.19) parameters for this material. What are the mean and maximum deviations for both these models?

$\dot{\gamma}(s^{-1})$	$\tau(Pa)$	$\dot{\gamma}(s^{-1})$	$\tau(Pa)$
0.099	28.6	6.4	123.8
0.14	35.7	7.9	133.3
0.20	42.8	11.5	164.2
0.39	52.4	13.1	178.5
0.79	61.9	15.9	201.1
1.60	71.4	17.9	221.3
2.40	80.9	19.9	236
3.9	100		

It is likely that the model parameters are strongly dependent on the shear rate range covered by the rheological data. Compare the values of the model parameters by considering the following shear rate intervals:

(a) $\dot{\gamma} \leq 20 s^{-1}$

(b) $1.6 \leq \dot{\gamma} \leq 20 s^{-1}$

(c) $\dot{\gamma} \leq 1.6 s^{-1}$

4. The following shear stress-shear rate data demonstrate the effect of temperature on the power-law constants for a concentrated orange juice containing 5.7% fruit pulp.

$T = 254.3\text{K}$		$T = 267.7\text{K}$		$T = 282.6\text{K}$		$T = 302.3\text{K}$	
$\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$	$\tau(\text{Pa})$	$\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$	$\tau(\text{Pa})$	$\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$	$\tau(\text{Pa})$	$\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$	$\tau(\text{Pa})$
0.5	14.4	0.6	4.3	1.1	2.6	8	3.6
1	24.3	1	6.5	8	10.3	20	7.6
10	142	10	38.4	15	17	40	13.1
20	240.2	20	65.4	30	29.5	60	17.5
30	327	30	89	60	50.3	120	31.2
40	408	40	111	90	69	240	54.5
50	484	50	132	150	103	480	94.4
60	556	60	152	250	154	800	142
70	635	70	171.3	350	200	1000	170
80	693	80	189.4	450	243	1100	183
150	1120	150	309				
		300	527				

How do the values of the power-law flow behavior and consistency indices depend upon temperature? Estimate the activation energy of viscous flow (E) from these data by fitting them to the equation $m = m_0 \exp(E/RT)$ where m_0 and E are constants and R is the universal gas constant

5. The following shear stress-shear rate data are available for an aqueous carbopol solution at 293 K.

$\dot{\gamma}(s^{-1})$	$\tau(Pa)$	$\dot{\gamma}(s^{-1})$	$\tau(Pa)$
0.171	53.14	1.382	78.18
0.316	57.86	1.92	84.37
0.421	61.59	2.63	90.23
0.603	66	3.67	98.26
0.812	70	5.07	106.76
1.124	75.47		

By plotting these data on linear and logarithmic scales, ascertain the type of fluid behavior exhibited by this solution. Suggest a suitable viscosity model and evaluate the parameters for this solution. Does the fluid appear to have a yield stress? Using the vane method (Nguyen, Q.D. and Boger, D.V., Annu. Rev. Fluid Mech. 24 (1992) 47), the yield stress was found to be 46.5 Pa. How does this value compare with that obtained by the extrapolation of data to $\dot{\gamma} = 0$ and that obtained by fitting Bingham, Casson and Hershel- Bulkely fluid models?

6. The following shear stress-shear rate values have been obtained for aqueous silica (bulk density = 800 Kg/m^3) suspensions to elucidate the effect of concentration on the rheological behavior of suspensions:

880 Kg/m^3		905 Kg/m^3		937 Kg/m^3		965 Kg/m^3		995 Kg/m^3	
$\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$	$\tau(\text{Pa})$	$\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$	$\tau(\text{Pa})$	$\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$	$\tau(\text{Pa})$	$\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$	$\tau(\text{Pa})$	$\dot{\gamma}(\text{s}^{-1})$	$\tau(\text{Pa})$
3.9	3.46	1.9	3.79	1.1	5.20	1.9	6.25	0.9	7.55
5.3	3.54	2.6	3.90	2.1	5.40	3.4	6.46	1.8	8.01
5.9	3.61	3.8	4.02	3.3	5.62	4.7	6.67	2.8	8.33
7.0	3.68	4.9	4.12	5.6	5.90	7.2	6.92	4.9	8.75
8.2	3.74	5.9	4.19	7.9	6.12	9.1	7.16	8.0	9.25
9.2	3.80	7.0	4.30	10.8	6.32	10.7	7.27	9.9	9.43
10.3	3.86	8.0	4.38	12.4	6.48	12.0	7.38	11.6	9.64
11.3	3.91	9.0	4.44	13.9	6.58	13.1	7.48	13.0	9.88
12.2	3.96	12.2	4.64	15.2	6.68	14.2	7.55	14.3	9.95
14.9	4.10	13.5	4.70	16.4	6.78	15.1	7.70	15.5	10.10
16.2	4.17	14.9	4.79	17.6	6.88	15.9	7.74	16.6	10.27
19.3	4.30	18.2	5.00	23.1	7.34	17.7	7.98	19.4	10.53
22.5	4.43	21.4	5.15	25.7	7.41	19.4	8.10	22.0	10.80
25.5	4.48	24.7	5.30	28.3	7.59	24.2	8.47	24.5	11.10
28.6	4.70	28.0	5.40	33.2	7.91	27.0	8.62	26.9	11.25
34.6	4.98	34.4	5.82			30.0	8.87	31.8	11.60
40.5	5.15	40.7	5.97			37.1	9.30	36.5	11.91



- (i) Plot these data on linear and logarithmic scales and fit the Hershel- Bulkley viscosity model to represent the behavior of these suspensions.
- (ii) How do the model parameters depend upon the concentration?

