



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی نساجی

درس: مکانیک سیالات

استاد: دکتر علی زادهوش

زمستان ۹۹



فصل اول: تعاریف بنیادی

- تعریف مکانیک سیالات: مکانیک سیالات شاخه ای از علم مکانیک است که درباره خواص، تعادل و حرکت سیال گفتگو می کند. با توجه به اهمیت فوق العاده ای که آب و سایر مایعات در زندگی روزمره دارند مکانیک سیالات در تمام رشته های مهندسی به عنوان یکی از بهترین فنون تدریس می گردد. احداث شبکه های آب و فاضلاب مسکونی و تجاری، شبکه های لوله کشی نفت و گاز، ایجاد کانال های آبرسانی و احداث سدها و ... با استفاده از قوانین مکانیک سیالات انجام می گردد.
- مکانیک سیالات: (۱) استاتیک. (۲) دینامیک.
- مکانیک سیالات ← سیالات نیوتنی
رئولوژی ← سیالات غیرنیوتنی

- ✓ **سیستم ابعاد و اندازه گیری (Dimensions and Units):** مبنای اندازه گیری و بیان کمیت های فیزیکی را بعد گویند و به دو دسته تقسیم می شوند:
- (۱) اصلی: جرم، طول، دما، زمان و نیرو



• اسلاگ مقدار جرمی است که تحت اثر 1 lb_f شتابی برابر 1 ft/s^2 می گیرد.

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2 = 32.2 \text{ ft/s}^2$$

$$1 \text{ Slug} = 32.2 \text{ lb}_m$$

- lb_m مقدار ماده ای است که سطح زمین آنرا با نیروی lb_f به طرف خود می کشد. (وزن آن 1 lb_f است)
- پیشوندها را میتوان به واحدها اضافه کرد.

سیستم مهندسی انگلیسی	سیستم انگلیسی	سیستم متریک C.G.S	سیستم بین المللی SI	(بعد) کمیت
ft	ft	cm	m	(L) طول
sec	sec	sec	sec	(t) زمان
°F	°F	°C	°C	(T) دما
lb_m	slug	g	kg	(M) جرم
lb_f	lb_f	dyne	N	(F) نیرو



(۲) فرعی: که از ترکیب ابعاد اصلی بدست می آیند.

Quantity	SI Unit	Dimension
سرعت (velocity)	m/s	LT^{-1}
شتاب (acceleration)	m/s^2	LT^{-2}
نیرو (force)	N kg m/s²	MLT^{-2}
انرژی/کار (energy/work)	Joule J N m $kg m^2/s^2$	ML^2T^{-2}
توان (power)	Watt W N m/s $kg m^2/s^3$	ML^2T^{-3}
فشار/تنش (pressure/stress)	Pascal P, N/m^2 , $kg/(m \cdot s^2)$	$ML^{-1}T^{-2}$
جرم مخصوص یا چگالی (density)	kg/m^3	ML^{-3}
وزن مخصوص (specific weight)	N/m^3 $kg/(m^2 \cdot s^2)$	$ML^{-2}T^{-2}$
چگالی نسبی (relative density)	بدون واحد	1 بی بعد



$$1 \text{ ft} = 12 \text{ in}, 1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}, 1 \text{ m} = 3.281 \text{ ft}$$

$$^{\circ}\text{R} = ^{\circ}\text{F} + 459.67, ^{\circ}\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273.15, ^{\circ}\text{F} = 1.8 ^{\circ}\text{C} + 32$$

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyne}, 1 \text{ lb}_f = 4.448 \times 10^5 \text{ dyne}$$

$$1 \text{ Slug} = 32.17 \text{ lb}_m = 14.59 \text{ kg}$$

$$1 \text{ N} = 2.248 \times 10^{-1} \text{ lb}_f, 1 \text{ lb}_f = 4.4432 \text{ N}$$

✓ خواص فیزیکی سیالات:

- جرم مخصوص (ρ): عبارت است از جرم واحد حجم سیال
 $\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \text{kg/m}^3 \text{ or } \text{g/cm}^3$
- حجم مخصوص (v): عبارت هستند از حجم واحد جرم سیال
 $v = 1/\rho \rightarrow \text{m}^3/\text{kg}$
- وزن مخصوص (γ): عبارت است از وزن واحد حجم جسم
 $\gamma = \rho \cdot g \rightarrow \text{N}\cdot\text{m}^{-3}$
- وزن مخصوص نسبی (σ): وزن مخصوص یک جسم به وزن مخصوص سیال مبنا (آب) است.
 $\sigma = \gamma/\gamma_0$
- دانسیته نسبی، جرم مخصوص نسبی (Relative density) (σ): جرم مخصوص یک مایع به جرم مخصوص سیال مبنا (آب) است.

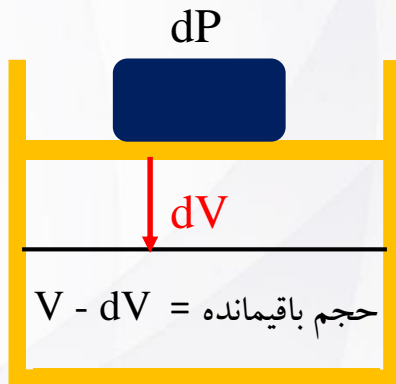


تراکم پذیری سیالات:

در مکانیک سیالات، سیالات به دو دسته تقسیم می شوند. یکی گازها که تراکم پذیرند و دیگری مایعات که تراکم ناپذیرند. معنی سیال تراکم ناپذیر آن است که در طی فرایندهای مختلف، حجم سیال و در نتیجه وزن مخصوص و در نتیجه جرم مخصوص ثابت باشد. لازم به ذکر است در عمل چنین سیالی وجود ندارد زیرا حتی مایعات هم در اثر فشار بالا، تغییر حجم جزئی پیدا می کنند که در مواردی این تغییر حجم جزئی قابل چشم پوشی نیست.

ضریب تراکم پذیری مایعات: (β) (Compressibility)

این ضریب قابلیت تراکم پذیری مایعات در اثر فشار را بیان می کند. اگر بر حجم V از یک سیال فشار P اثر کند چنانچه فشار به اندازه dP تغییر کند، جسم به اندازه dV تغییر خواهد داشت. در این صورت ضریب تراکم پذیری به این صورت بیان می شود:



$$\beta = -\frac{1}{V} \times \frac{dV}{dP}$$

علت وجود منفی این است که تغییر فشار و حجم عکس یکدیگرند.



✓ ضریب قابلیت ارتجاع یا مدول بالک: (K)

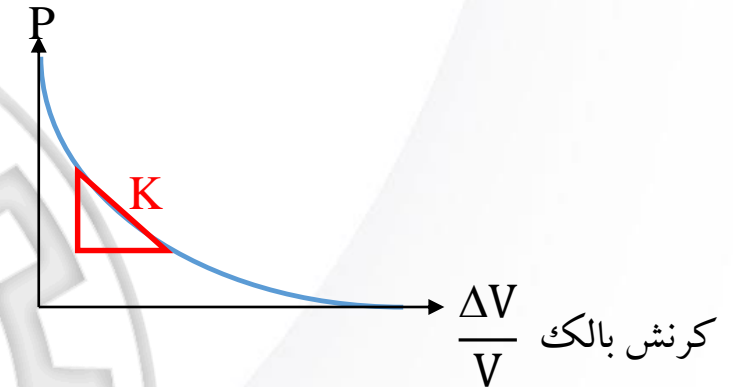
k عکس β است پس بنابراین می توان نوشت:

$$K = 1/\beta$$

$$K = -\frac{\delta P}{\delta V} \Rightarrow K = -V \cdot \frac{dP}{dV}$$

مدول بالک K

یا به عبارتی دیگری می توان نوشت:



$$\text{کرنش} = \frac{\text{تغییر حجم}}{\text{حجم اولیه}} \Rightarrow \text{مدول بالک} = \frac{\text{تنش بالک}}{\text{کرنش بالک}} = \frac{\text{افزایش نیرو بر واحد سطح} = \text{فشار}}{\text{حجم اولیه} / \text{تغییر در حجم}}$$

مثال: مقدار K برای آب در فشار جو برابر با 2.05×10^9 Pa. اگر یک متر مکعب آب تحت فشاری برابر با 50 N/cm^2 قرار گیرد. کاهش حجم آب چقدر می شود؟

حل:

$$-dV = \frac{V \cdot dP}{K} = \frac{1 \times 50 \times 0.0001}{2.05 \times 10^9} = 25 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

مثال: فشار مایعی از $75 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ به $140 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ افزایش یابد.

مطلوب است محاسبه ضریب ارتجاعی جسم مایعی که 0.147% کاهش حجم یابد.

حل:

$$K = -V \frac{dP}{dV} = -\frac{65 \times 10^5}{-\frac{0.147}{100}} = 4.4 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

مثال: مایعی در سیلندری متراکم شده حجم مایع در فشار $70 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ برابر با 0.0113 m^3 می باشد. فشار به $140 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ تغییر پیدا کرده. مطلوب است محاسبه تغییر حجم در سیال. برای این سیال ضریب ارتجاعی $7.76 \times 10^8 \text{ Pa}$ است.

حل:

$$K \cdot \frac{dV}{V} = -dP \Rightarrow dV = -\frac{V dP}{K} = -\frac{0.0113 \times 70 \times 10^5}{7.76 \times 10^8} = -0.0001 \text{ m}^3$$

همچنین می توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho V = m \Rightarrow \rho dV + V d\rho = 0 \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow K = -V \frac{dP}{dV} = \rho \frac{dP}{d\rho}$$



فشاری که اعمال می کنیم دو حالت دارد: (۱) هم دما. (دما ثابت) (۲) آدیاباتیکی (بی درو)

✓ (۱) هم دما: (قانون Boyle's) ثابت $PV =$ ، نسبت به V مشتق می گیریم:

$$P + V \frac{dP}{dV} = 0 \Rightarrow P = -V \cdot \frac{dP}{dV} \Rightarrow P = K \quad (1)$$

$$P \times \gamma V^{\gamma-1} + V^{\gamma} \frac{dP}{dV} = 0 \Rightarrow \gamma P = -V \cdot \frac{dP}{dV} \Rightarrow K = \gamma P^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2)$$

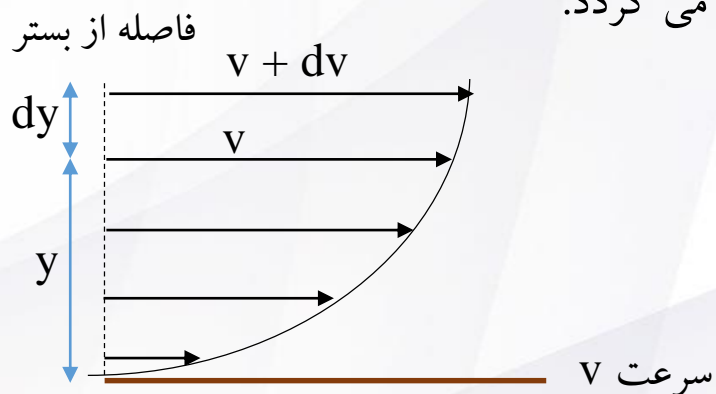
(۲) آدیاباتیکی: ثابت $PV^{\gamma} =$

از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{K \text{ آدیاباتیکی}}{K \text{ ایزوترمال}} = \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

• گرانروی یا ویسکوزیته (Viscosity):

لزجت خاصیتی از سیال است که به واسطه آن سیال در مقابل تنش برشی از خود مقاومت نشان می دهد. لزجت باعث چسبندگی لایه های مختلف سیال ضمن حرکت می گردد. برای روشن شدن مطلب، حرکت سیال را روی یک بستر جامد در نظر بگیرید. آزمایشات نشان می دهد که در حوالی بستر برای یک سیال که دارای لزجت زیاد است حرکت صفر است و با دور شدن از بستر، سرعت بیشتر می گردد.



مطابق شکل زیر:



(۱) عامل ویسکوزیته در مایعات، نیروی جاذبه بین مولکول هاست ولی در گازها عامل لزجت برخورد مولکول هاست. بنابراین با افزایش دما لزجت در مایعات کاهش می یابد ولی در گازها افزایش خواهد یافت.

(۲) لزجت را نباید با غلظت اشتباه گرفت، همانطور که می دانیم غلظت عبارت است از وزن واحد حجم سیال. به عنوان مثال میتوان ظرف عسلی موجود در یخچال را در نظر گرفت، اگر این ظرف را از یخچال بیرون آوریم و حرارت دهیم غلظت تغییر نمی کند ولی لزجت آن کاهش می یابد.

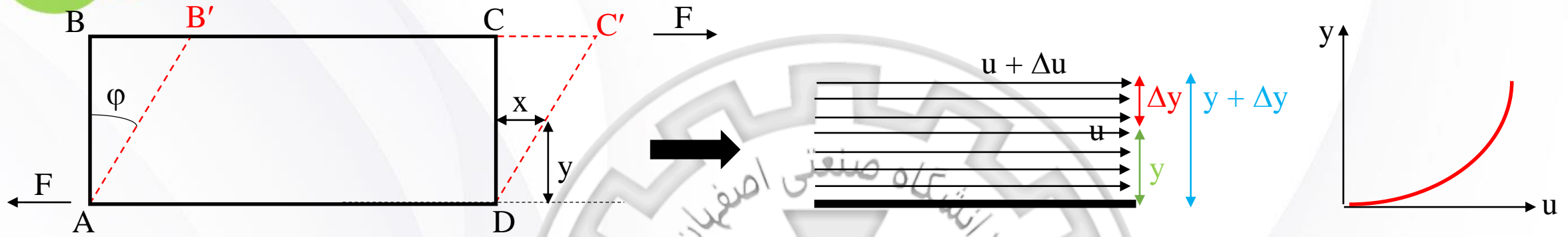
✓ نیروهایی که به یک جسم وارد می شوند: (۱) کششی: $\sigma = E\varepsilon$. (۲) فشاری (پرسی): $K = \frac{dp}{dv}$. (۳) برشی: $G = \frac{\tau}{\gamma}$.

✓ برشی: تنش برشی و کرنش برشی و مدول برشی \Leftarrow $\frac{\text{تنش برشی}}{\text{کرنش برشی}} = \text{مدول برشی}$

قانون ویسکوزیته نیوتن (Newton's Viscosity Law)

در یک جریان آرام (Laminar flow) که ذرات سیال در خطوط مستقیم و موازی حرکت می کنند، در سیالات نیوتنی تنش برشی بر روی سطحی مماس بر امتداد جریان متناسب است با میزان تغییر سرعت در امتداد عمود بر آن سطح.

یک المان به صورت ABCD در نظر بگیرید.



$$\tau = \frac{F}{A} \quad (1) \quad \text{تنش برشی}$$

اگر زاویه کوچک باشد، داریم: $\varphi = \frac{x}{y} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{x}{y}$

(2) نرخ کرنش برشی (سرعت کرنش برشی) $\frac{x}{yt}$

(3) سرعت لحظه ای: u $\frac{x}{yt} = \frac{x/t}{y} = \frac{u}{y}$

از رابطه (3) جهت بدست آوردن تغییرات سرعت بستر، دیفرانسیل می گیریم، داریم: $\frac{du}{dy}$

تغییرات کرنش برشی نسبت به زمان: $\dot{\gamma} = \frac{\dot{\gamma}}{t}$: (نرخ کرنش برشی)



نیوتن رابطه ای بین روابط (۱) و (۲) برقرار کرد:

$$\tau \propto \frac{du}{dy} \Rightarrow \tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \quad \text{قانون نیوتن}$$

μ : ضریب ویسکوزیته دینامیکی یا ویسکوزیته نیوتنی

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \quad \text{or} \quad \tau = \mu \cdot \dot{\gamma}$$

• واحد تنش برشی : $\text{N/m}^2 = \text{Pa}$

• واحد نرخ برشی : s^{-1}

واحد ویسکوزیته برشی :

$$\text{SI} \Rightarrow \text{N.s.m}^{-2} = \text{Pa.s} = \text{kg/m.s}$$

$$\text{VSC} \Rightarrow \text{lb}_f.\text{s/ft}^2 = \text{Slug/ft.s}$$

$$\text{CGS} \Rightarrow \text{P (Poise)} = \text{dyne.s/cm}^2 = \text{gr/cm.s}$$

✓ ویسکوزیته سینماتیکی (v):

بنا به تعریف عبارت است از نسبت ضریب لزجت دینامیکی سیال بر جرم مخصوص آن.

$$v = \mu/\rho$$



واحد آن برابر است با:

SI \Rightarrow m²/s, VSC \Rightarrow ft²/s, CGS \Rightarrow cm²/s = 1 Stock

✓ به این علت ضریب لزجت سینماتیکی گویند که اگر معادله ابعادی آنرا بنویسیم فاقد عامل نیرو است.

✓ تفاوت عمده ضریب لزجت دینامیکی و سینماتیکی در این است که چون در ضریب لزجت سینماتیکی مشخصه جرم مخصوص دخالت دارد بنابراین برخلاف ضریب ویسکوزیته دینامیکی تابع فشار می باشد زیرا فشار در جرم مخصوص تاثیر گذار است.

مثال: در یک نقطه معین از یک سیال تنش برشی برابر 0.025 N/m² می باشد و گرادیان سرعت 0.25 s⁻¹ است. مطلوب است تعیین ویسکوزیته؟

حل:

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \Rightarrow 0.025 = \mu \times 0.25 \Rightarrow \mu = 0.1 \text{ Pa.s}$$

مثال: دو سطح مسطح به وسیله لایه نازکی از روغن به ضخامت 0.25 mm از یکدیگر جدا شده اند. سطح بالایی با سرعت 50 cm/s حرکت می کند، در صورتی که سطح پایینی ثابت است. مطلوب است تعیین ویسکوزیته روغن، اگر نیروی اعمال شده به ظرف 0.15 N/m² باشد.

حل: فرض: سطح واحد گرفته می شود.

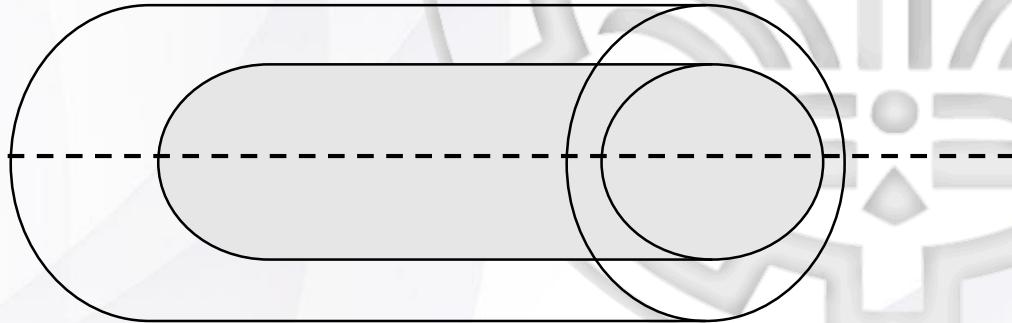
$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{0.15}{1} = 0.15 \text{ N/m}^2$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{50}{0.25 \times \frac{1\text{cm}}{10\text{mm}}} = 2000 \text{ s}^{-1}$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \Rightarrow \mu = \frac{0.15}{2000} = 7.5 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$$

مثال: فاصله میان دو لوله هم محور روغن کاری شده، لوله درونی با سرعت 1200 RPM می چرخد. فاصله میان دو لوله نسبت به شعاع اندک است که می توان در آنجا رابطه سرعت را خطی فرض کرد. توان لازم برای چرخیدن لوله درونی چقدر است؟

فاصله میان دو لوله $\delta = 0.1 \text{ mm}$ ، ویسکوزیته روغن $= 0.2 \text{ N.s/m}^2$ ، شعاع لوله درونی $= 2 \text{ cm}$ ، طول لوله $= 6 \text{ cm}$





$$N \rightarrow \omega \rightarrow u, \tau \rightarrow F \rightarrow T$$

$$\omega = N \cdot \frac{2\pi}{60} = 1200 \cdot \frac{2\pi}{60} = 125.7 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$u = \omega \cdot R = 125.7 \times 0.02 = 2.514 \text{ m/s}$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} = 0.2 \times \frac{2.514}{0.0001} = 5027 \text{ Pa}$$

$$A = 2\pi RL = 2 \times \pi \times 0.02 \times 0.06 = 7.54 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$F = \tau \cdot A = 5027 \times 7.54 \times 10^{-3} = 37.90 \text{ N}$$

$$T = F \cdot R = 37.90 \times 0.02 = 0.758 \text{ N.m}$$

$$\text{Power} = T \cdot \omega = 0.758 \times 125.7 = 95.28 \text{ W}$$

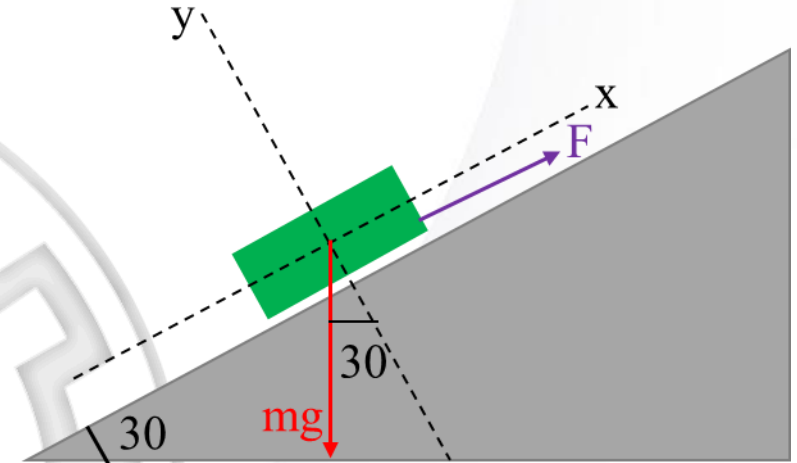
مثال: جسمی به شکل مکعب مستطیل به ابعاد $4 \times 2 \times 1 \text{ cm}^{-3}$ بر روی یک سطح شیب دار با سرعت 1 m/s به طرف پایین حرکت می کند. بین جسم و سطح شیب دار لایه نازکی از روغن با ضخامت 0.3 mm وجود دارد. اگر زاویه سطح شیب دار با سطح افقی 30° درجه و جرم مخصوص 8000 kg/m^3 باشد، ویسکوزیته دینامیک و سینماتیک روغن چقدر است؟ چگالی روغن $= 0.9$

$$\rho = m/V \Rightarrow m = \rho.V = 8000 \times 1 \times 2 \times 4 \times 10^{-6} = 0.064 \text{ kg}$$

$$F = mg \sin 30 = 0.064 \times 9.81 \times \sin 30 = 0.3139 \text{ N}$$

$$\frac{F}{A} = \mu \cdot \frac{du}{dy} \Rightarrow \mu = \frac{F}{A} \cdot \frac{dy}{du} = \frac{0.3139}{4 \times 2 \times 0.0001} \cdot \frac{0.0003}{1} = 0.1177 \text{ N.s/m}^2$$

$$\nu = \mu/\rho = 0.1177 / (0.9 \times 1000) = 1.31 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} = 1.31 \text{ St}$$



مثال: یک استوانه به قطر 0.3 m که می تواند حول محور خود بچرخد درون استوانه دیگری به قطر 0.31 m قرار دارد. ارتفاع دو استوانه 0.3 m بوده، مایعی بین فضای این دو سیلندر را پر کرده است. اگر سرعت چرخش استوانه درونی 60 RPM باشد. گشتاوری معادل 0.98 N.m لازم است تا سرعت چرخشی ثابت بماند. مطلوب است محاسبه ویسکوزیته مایع؟

حل:

$$r = 0.3/2 = 0.15 \text{ m} \quad \text{and} \quad \delta = 0.005 \text{ m}$$

$$T = F.R = \tau AR = \tau \times 2\pi RL \times R \Rightarrow \tau = \frac{T}{2\pi RL \times R} = \frac{0.98}{2\pi \times 0.15 \times 0.15 \times 0.3} = 23.11 \text{ Pa}$$

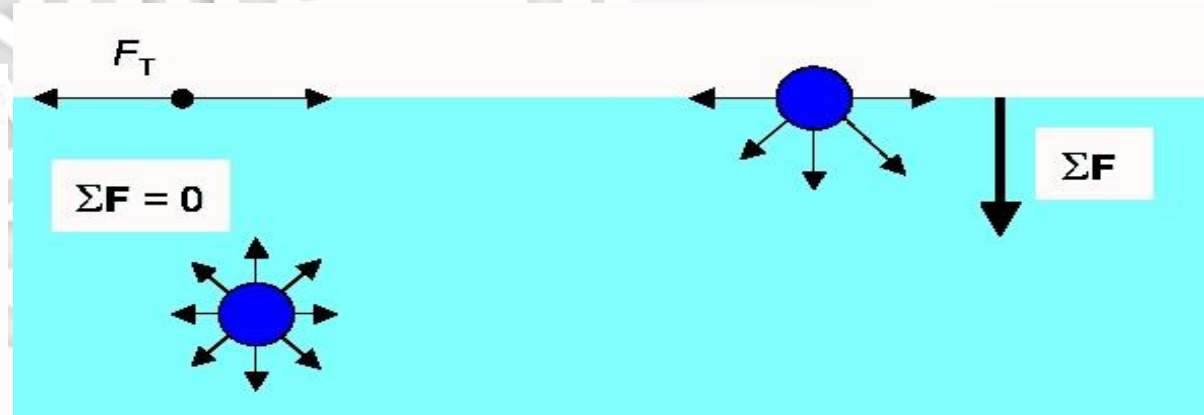
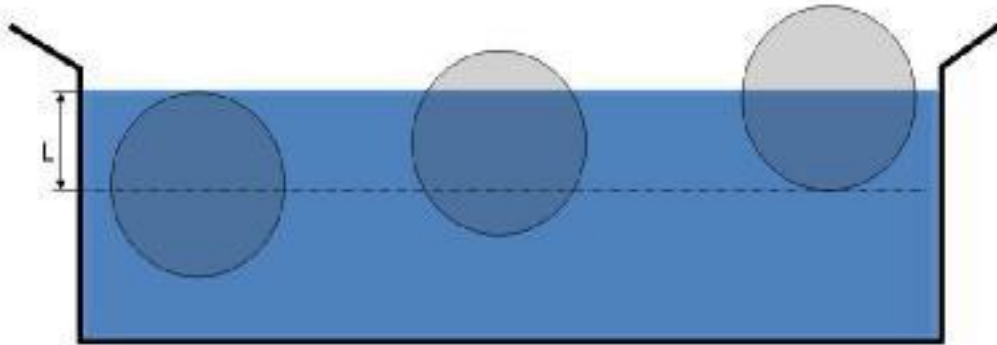


$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} = \mu \frac{\omega.R}{\delta} \Rightarrow \mu = \frac{\tau.\delta}{\omega.R} = \frac{23.11 \times 0.005}{60 \times \frac{2\pi}{60} \times 0.15} = 2.454 \text{ Pa.s}$$

✓ کشش سطحی مایعات (σ):

مولکول های موجود در داخل مایعات تحت تاثیر نیروی جاذبه مولکولی قرار دارند. با توجه به اینکه شعاع جاذبه هر مولکول محدود است، بنابراین اگر این شعاع را با L نمایش دهیم، مطابق شکل مولکولهایی که به فاصله L زیر سطح مایعات قرار دارند، تحت تاثیر نیروهای مساوی از هر جهت می باشند. ولی مولکول های که تا سطح مایع فاصله کمتری دارند بیشتر به سمت داخل کشیده می شوند. نیرویی که مولکول های ماده توسط آن به سمت داخل کشیده می شوند نیروی کشش سطحی نام دارد.

$$\sigma = F/L \rightarrow \text{N/m}$$





(۱) بررسی یک قطره:

$$P_i = P_i \times \pi r^2$$

نیروی ناشی از فشار درونی

$$= 2\pi r\sigma$$

نیروی ناشی از کشش سطحی لبه

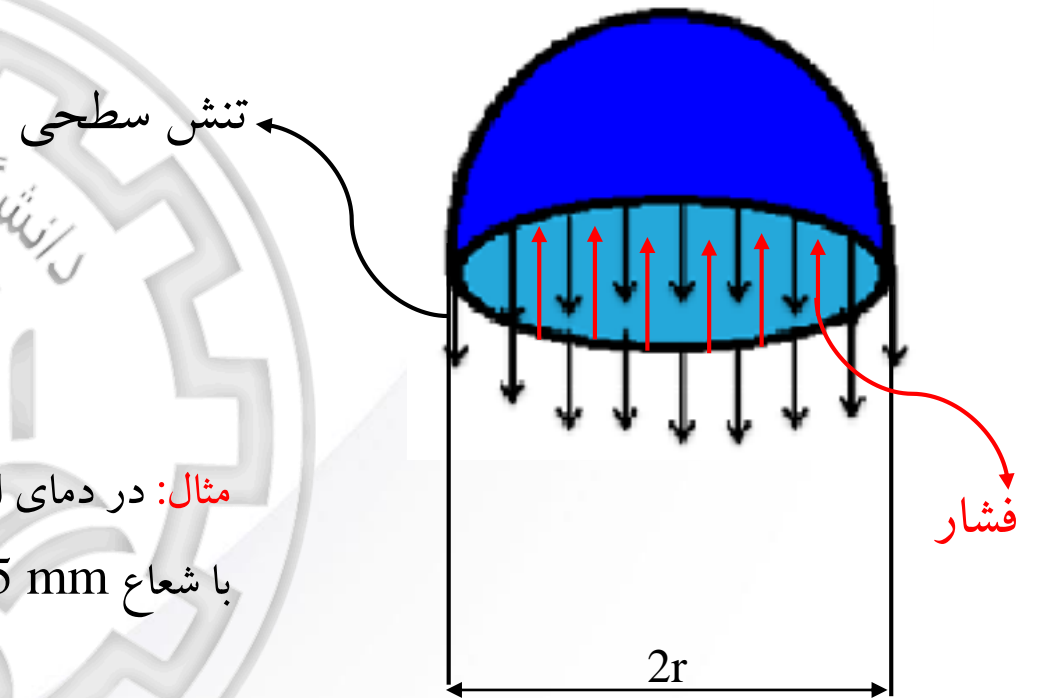
$$P_i \times \pi r^2 = 2\pi r\sigma \Rightarrow P_i = \frac{2\sigma}{r}$$

فشار درون یک قطره

مثال: در دمای اتاق نیروی کشش سطحی برای آب معادل 0.073 N/m است، اگر یک قطره با شعاع 0.5 mm داشته باشیم، فشار درون قطره چقدر است؟

حل:

$$P_i = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2 \times 0.073}{0.5 \times 0.001} = 292 \text{ Pa}$$



(۲) بررسی یک حباب:

$$P_i = P_i \times \pi r^2$$

نیروی ناشی از فشار درونی

$$= 2 \times 2\pi r\sigma$$

نیروی ناشی از کشش سطحی لبه ها

$$P_i \times \pi r^2 = 2 \times 2\pi r\sigma \Rightarrow P_i = \frac{4\sigma}{r}$$

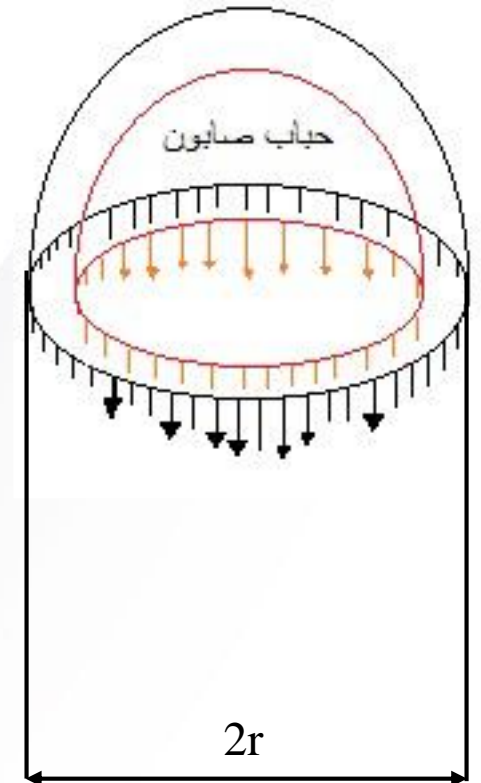
فشار درون یک حباب

مثال: مطلوب است تعیین فشار درونی یک قطره آب به قطر 0.05 mm در دمای ۲۰ درجه، در صورتی که فشار اتمسفر 1.013×10^5 باشد و کشش سطحی به اندازه 0.075 N/m باشد.

حل:

$$P_i = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2 \times 0.075}{0.025 \times 0.001} = 6000 \text{ Pa} \leftarrow \text{فشار نسبی}$$

$$107300 \text{ Pa} = \text{فشار درونی} + \text{فشار اتمسفر} = \text{فشار مطلق}$$





۷ اثر موئینگی:

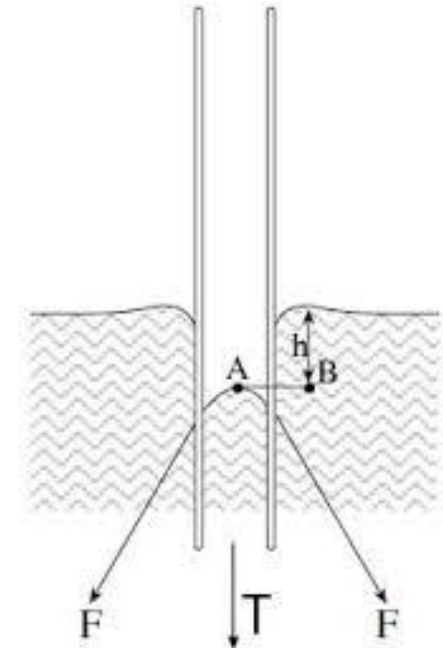
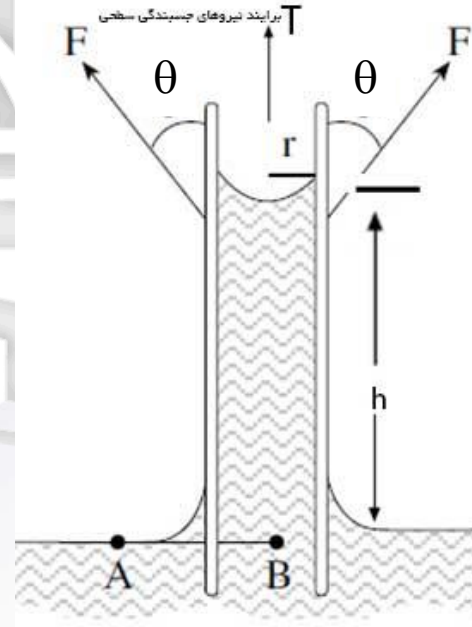
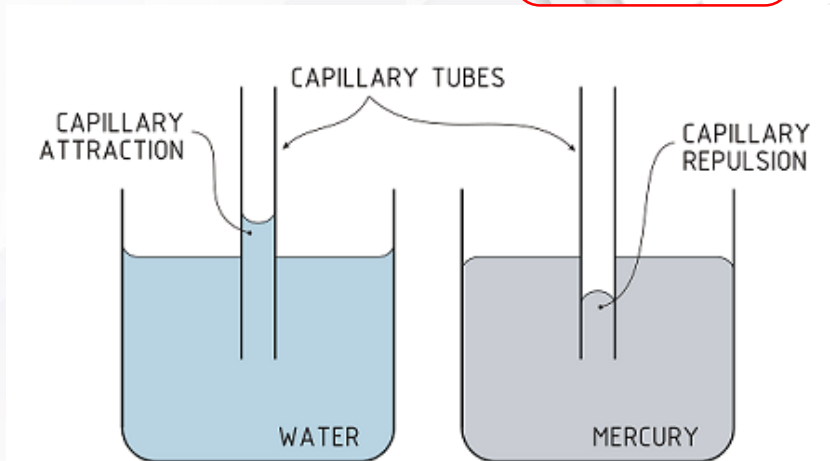
اگر نیروی چسبندگی میان مولکول های مایع و ظرف بیشتر از جاذبه مولکولی مایع باشد، ذرات مایع به ظرف چسبیده و مایع دیواره ظرف را تر می کند مثل شیشه و آب. در حالت عکس، اگر نیروی چسبندگی مایع بیشتر از جاذبه مولکولی مایع و ظرف باشد قطرات مایع به دیواره ظرف نمی چسبند مثل شیشه و جیوه.

در لوله موئین ارتفاع به جنس مایع و قطر لوله بستگی دارد. مطابق شکل زیر در حالت تعادل خواهیم داشت: قطر لوله موئین: d و $F \approx \sigma$
مولفه قائم کشش سطحی \times پیرامون لوله = کشش حاصل به طرف بالا

$$= \sigma \cos \theta \times \pi d$$

$$\text{وزن ستون مایع} = mg = \rho Vg = \rho g \frac{\pi}{4} d^2 h$$

$$\sigma \cos \theta \times \pi d = \rho g \frac{\pi}{4} d^2 h \Rightarrow h = \frac{4 \sigma \cos \theta}{\rho g d}$$





مثال: حداقل ابعاد یک لوله شیشه ای که بتوان از آن برای اندازه گیری ارتفاع آب استفاده کرد را محاسبه کنید.

به شرطی که افزایش موئینگی در لوله از 0.25 cm تجاوز نکند.

کشش سطحی آب در تماس با هوا معادل 0.075 N/m می باشد. زاویه تماس را صفر در نظر بگیرید.

حل:

$$h = \frac{4 \sigma \cos \theta}{\rho g d} = \frac{4 \times 0.075 \times \cos 0}{1000 \times 9.8 \times d} = 0.25 \times 0.01 \Rightarrow d = 0.012 \text{ m or } 12 \text{ mm}$$

مثال: مطلوب است محاسبه ارتفاع موئین در یک لوله به قطر 2mm که:

الف) در آب قرار گرفته و $\sigma = 0.075 \text{ N/m}$ و $\theta = 10^\circ$

ب) در جیوه قرار گرفته و $\sigma = 0.52 \text{ N/m}$ و $\theta = 130^\circ$ و $\rho = 13.6 \text{ g/cm}^3$

حل:

$$\text{a) } h = \frac{4 \sigma \cos \theta}{\rho g d} = \frac{4 \times 0.075 \times \cos 10}{1000 \times 9.8 \times 2 \times 0.001} = 15 \text{ mm}$$

$$\text{b) } h = \frac{4 \sigma \cos \theta}{\rho g d} = \frac{4 \times 0.52 \times \cos 130}{13.6 \times 1000 \times 9.8 \times 2 \times 0.001} = 5 \text{ mm}$$



مثال: مطلوب است محاسبه زاویه تماس برای یک لوله شیشه ای با قطر 3 mm که در جیوه

با کشش سطحی 0.52 N/m غوطه ور شده باشد. افت موئینگی برای سیستم 3.2 mm می باشد و چگالی 13.6 g/cm^3

حل:

$$h = \frac{4 \sigma \cos \theta}{\rho g d} = \frac{4 \times 0.52 \times \cos \theta}{1000 \times 13.6 \times 9.8 \times 3 \times 0.001} = -3.2 \times 0.001 \Rightarrow \theta = 128^\circ$$

✓ فشار بخار مایعات:

هنگامی که مایعی در مجاورت هوا قرار می گیرد، مقداری از مولکول های آن از مایع جدا شده و وارد هوا می گردد و به شکل بخار در هوا پخش می گردد. اگر مایع در محیط بسته ای باشد تبخیر مولکول های آن فشار محیط بسته را بالا می برد، نهایتاً فشار محیط به حدی می رسد که از تبخیر بیشتر مولکول های مایع جلوگیری می کند، این فشار به فشار اشباع معروف است. لازم به توضیح است که فشار بخار اشباع تابع دما می باشد. هر مایعی در فشار اشباع شروع به جوشیدن یا تبخیر شدن می کند.

✓ **فشار بخار:** (۱) فشار جزئی (Partial pressure)، (۲) فشار اشباع (Saturated pressure)

✓ معادله حالت گازها:

$$Pv = RT \text{ or } P = \rho RT$$

P و T فشار و دمای مطلق، R ثابت گازها (واحد: N.m/kg.K or J/kg.K)، V حجم، v حجم مخصوص ($v = 1/\rho$)

✓ گرمای ویژه گازها

(۱) حجم ثابت:

$$C_V = \frac{q \text{ انرژی حرارتی داده شده به هر واحد جرم}}{\text{تغییر دما } (T_2 - T_1)} \Rightarrow q_V = C_V (T_2 - T_1)$$

(۲) فشار ثابت:

$$C_P = \frac{q \text{ انرژی حرارتی داده شده به هر واحد جرم}}{\text{تغییر دما } (T_2 - T_1)} \Rightarrow q_P = C_P (T_2 - T_1)$$

$$C_P (T_2 - T_1) = C_V (T_2 - T_1) + \text{گرما به ازای افزایش حجم} \Rightarrow C_P > C_V$$

✓ فشار:

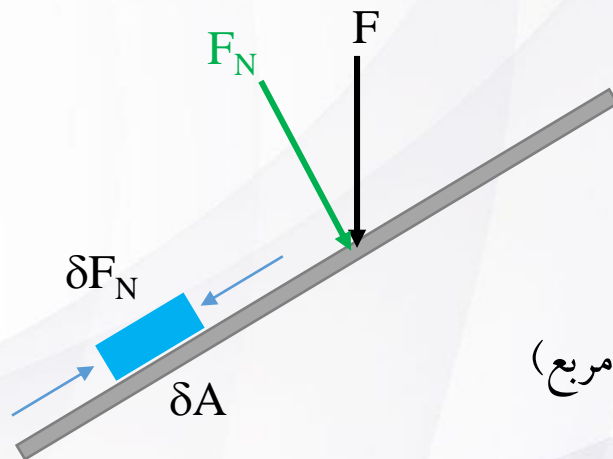
مولفه عمود نیرویی که بر یک سطح وارد می شود.

$$P = \frac{F_N}{A}$$

$$\text{فشار در یک نقطه} = P = \frac{\delta F_N}{\delta A} = \frac{dF_N}{dA} \quad (\text{Pa or N/m}^3) \text{ واحد}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}, \quad 1 \text{ atm} = 1.0132 \text{ bar} = 101.32 \text{ kPa}$$

در سیستم انگلیسی: psi (پوند بر اینچ مربع) و psft (پوند بر فوت مربع)



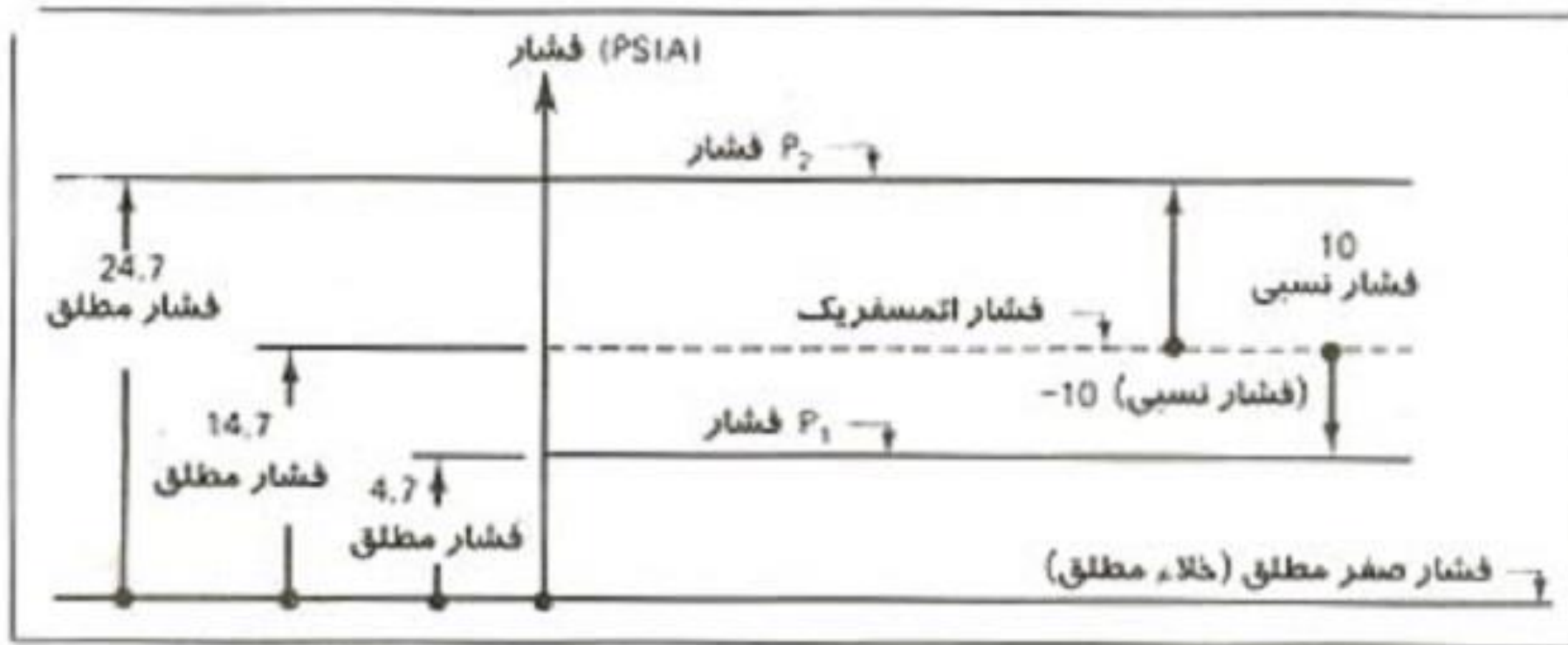


(۱) فشار نسبی (Gage pressure): نسبت به جو اندازه گیری می شود.

(۲) فشار مطلق (Absolute pressure): نسبت به خلا اندازه گیری می شود.

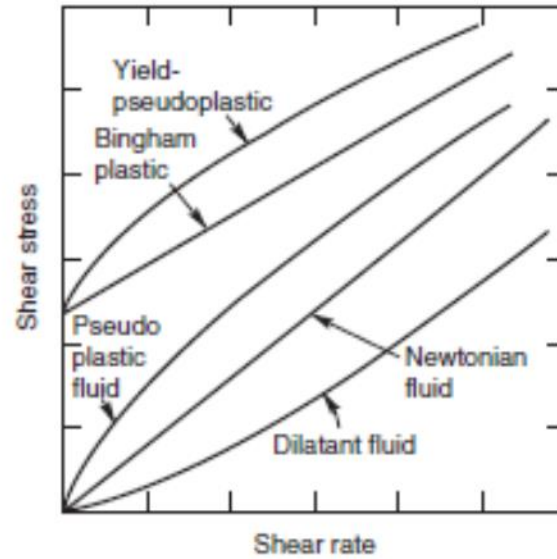
فشار جو + فشار نسبی = فشار مطلق

ارتباط بین فشار مطلق، فشار نسبی و فشار اتمسفریک به صورت شماتیک زیر است:





کلاسه بندی سیالات غیر نیوتنی:



✓ سیالات مستقل از زمان:

الف) سیالات سودوپلاستیک

ب) سیالات دایلاتنت

ج) سیالات بینگهام پلاستیک (ویسکوپلاستیک)

✓ سیالات تابع زمان:

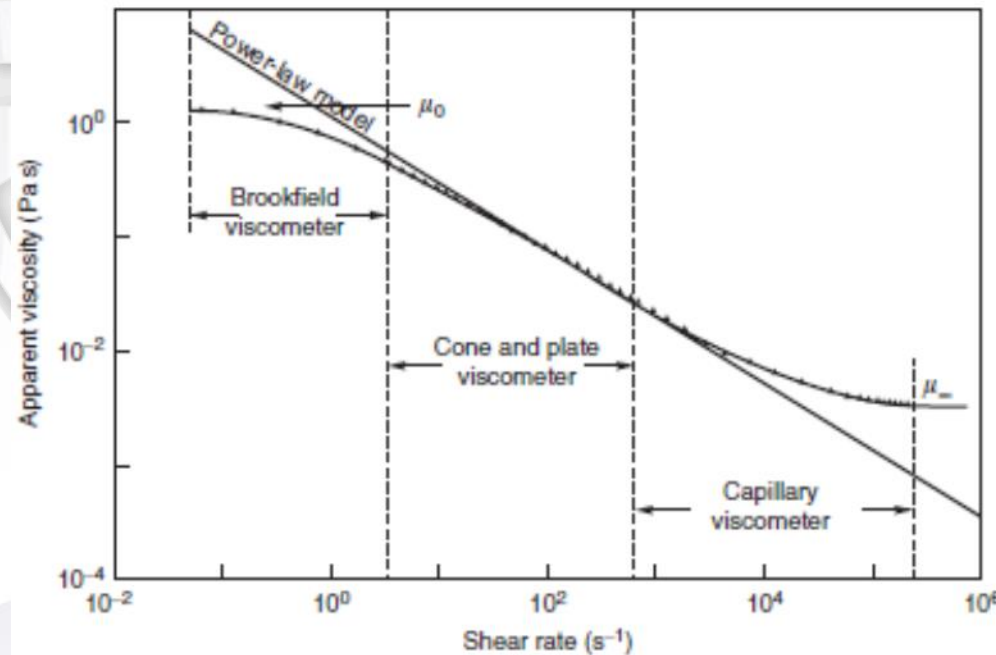
الف) سیالات تیکسوتروپیک

ب) سیالات رئوپکتیک

✓ سیالات ویسکوالاستیک:

الف) خطی

ب) غیر خطی





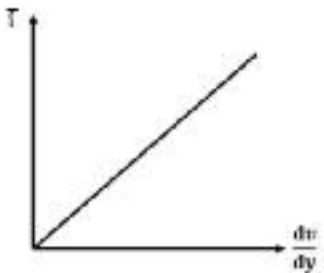
✓ انواع سیالات:

(۱) **سیال ایده آل:** سیالی است که قابل تراکم نباشد و گرانشی آن صفر باشد. مفهوم گرانشی صفر بدین معناست که ذرات سیال در حین حرکت هیچ نیرویی بر هم وارد نمی کنند. بنابراین تنش برشی بین لایه های سیال صفر است. بنابراین سیال ایده آل یک سیال فرضی می باشد و در واقع وجود ندارد.

(۲) **سیال حقیقی:** سیالی است که تراکم پذیر و دارای گرانشی است. پس در واقع ما با سیالات حقیقی سر و کار داریم.

✓ تقسیم بندی سیالات حقیقی:

(۱) **سیالات نیوتنی:** در این دسته از سیالات ضریب گرانشی مستقل از تنش برشی و گرادیان سرعت می باشد. به عبارت دیگر در یک درجه حرارت معین، گرانشی مقدار ثابتی می باشد. تغییرات تنش برشی نسبت به گرادیان سرعت مطابق دیاگرام زیر است:

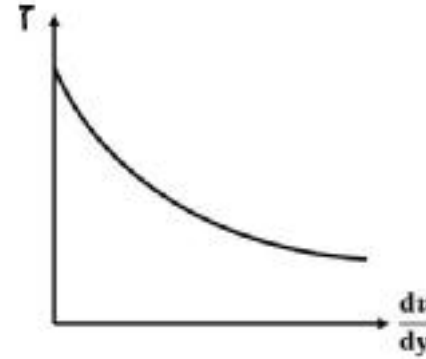
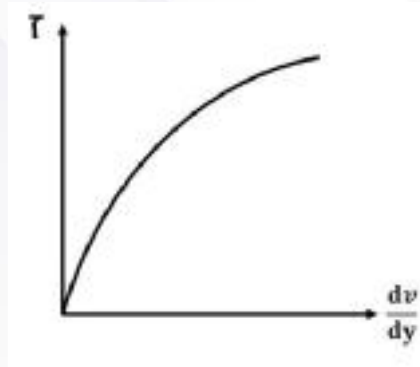


از شکل پیداست این تغییرات به صورت یک خط راست می باشد. شیب این خط طبق فرمول نیوتن برابر با ضریب گرانشی است.



۲) سیال غیر نیوتنی: در این سیالات ضریب گرانروی در فشار و دمای معین ثابت نیست.

بلکه تابعی از گرادیان سرعت می باشد. دیاگرام آنها به شکل زیر است:

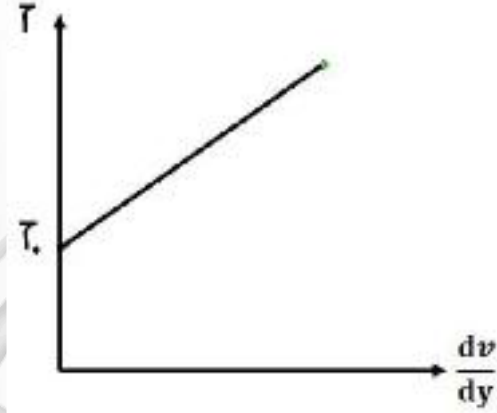


همانطور که از دیاگرام پیداست با افزایش گرادیان سرعت مقدار ضریب گرانروی تغییر می یابد.

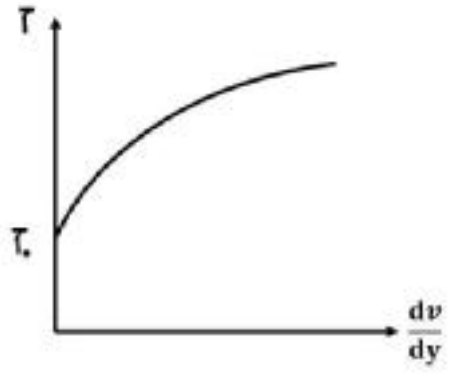
✓ تقسیم بندی سیالات غیر نیوتنی:

۱) سیالات پلاستیک ایده آل یا پلاستیک بینگهام (Bingham): این سیالات تنش برشی معینی را تحمل می کنند و چنانچه تنش برشی از این مقدار معین بیشتر گردد تغییر شکل می دهند و به جریان می افتند. از این لحظه به بعد گرانروی، مستقل از گرادیان سرعت بوده و فقط تابع دما خواهد بود. رابطه تنش برشی در مورد این سیالات به این صورت می باشد.

$$\tau = \tau_0 + \mu \cdot \frac{du}{dy}$$



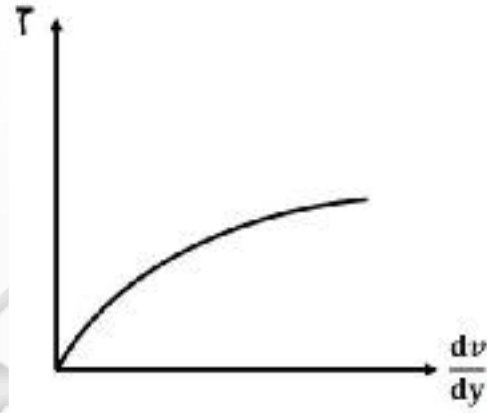
۲) پلاستیک حقیقی: این سیالات نیز تا یک تنش اولیه در مقابل به جریان افتادن مقاومت می نمایند و پس از به جریان افتادن ضریب گرانروی ثابت نبوده و تابع گرادیان سرعت می باشد و در سرعت های بالا تقریباً مقدار آن ثابت می گردد.



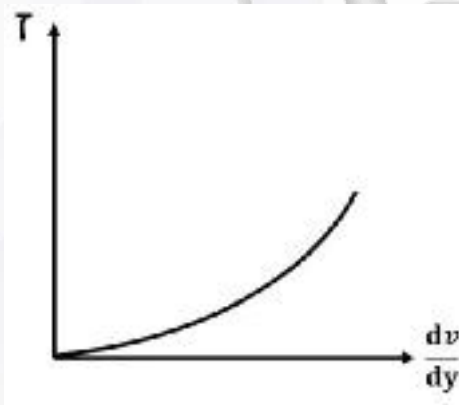
۳) سیال شبه پلاستیک: این سیالات قادر به تحمل کوچکترین تنش برشی نمی باشند و به محض اینکه کوچکترین تنش برشی بر آنها اعمال گردد به جریان می افتند. در این سیالات با افزایش گرادیان سرعت مقدار ضریب گرانروی کاهش می یابد.



دیاگرام این نوع سیالات به شکل مقابل است:

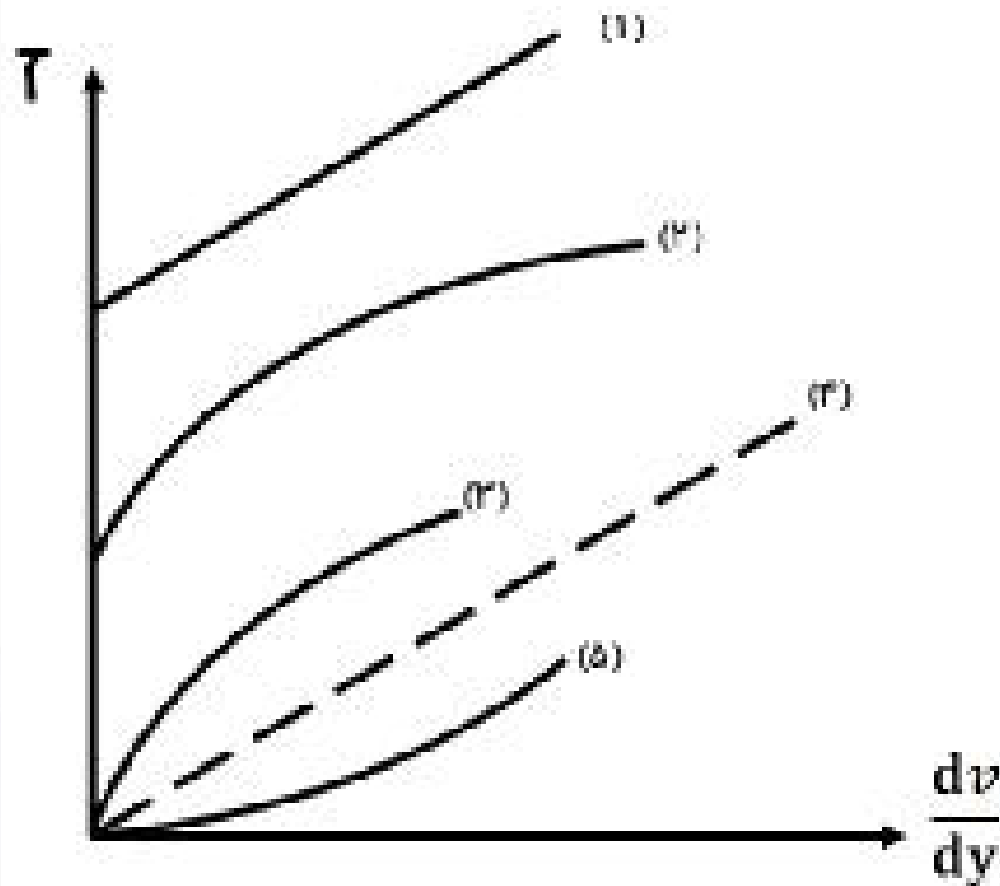


۴) سیال منبسط شونده: در این سیالات نیز با اعمال کوچکترین تنش برشی سیال به جریان می افتد. تفاوت آن با سیال شبه پلاستیک در این است که با افزایش گرادیان سرعت نه تنها ضریب گرانیج کاهش نمی یابد بلکه افزایش نیز می یابد. مطابق شکل:





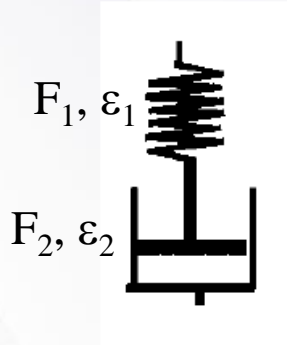
حال بهتر است دیاگرام تنش برشی نسبت به گرادیان سرعت را برای انواع سیالات در یک شکل نمایش دهیم تا بهتر بتوانیم آنها را مقایسه کنیم.



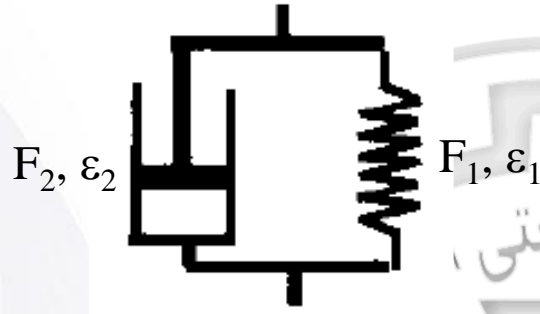
- (۱) پلاستیک ایده آل
- (۲) پلاستیک حقیقی
- (۳) شبه پلاستیک
- (۴) سیال نیوتنی
- (۵) سیال منبسط شونده



سیالات ویسکوالاستیک:



مدل ماکسول (سری)

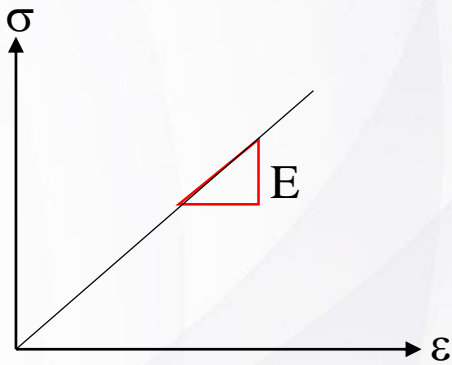


مدل کلوین (موازی)

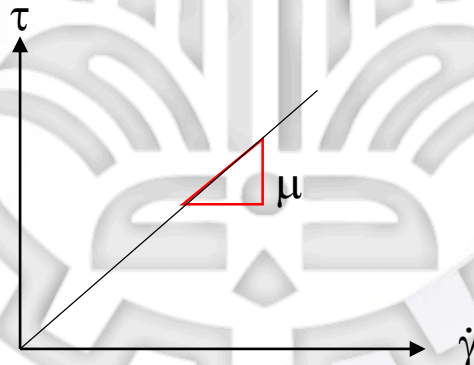
F_1 و $\epsilon_1 \Leftarrow$ فنر F_2 و $\epsilon_2 \Leftarrow$ کمک فنر

مدل ماکسول: $F_1 = F_2 = F$ و $\epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon$

مدل کلوین: $F_1 + F_2 = F$ و $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$



قانون هوک (فنر)



قانون نیوتن (کمک فنر)



(۱) دانسیته معادل با $60 \text{ lb}_m/\text{ft}^3$ بر حسب kg/m^3 ؟

(۲) وزن مخصوص آب در شرایط استاندارد برابر با $9810 \text{ N}/\text{m}^3$ است. چگالی مخصوص جیوه برابر 13.55 می باشد. مطلوب است محاسبه جرم مخصوص آب و وزن مخصوص و جرم مخصوص جیوه؟

(۳) در یک آزمون کنترل کیفیت، ویسکوزیته روغن توسط یک ویسکومتر اندازه گیری گردید و تنش برشی معادل $4 \text{ dyne}/\text{cm}^3$ و سرعت برشی $100 \text{ 1}/\text{s}$ به ثبت رسید. ویسکوزیته این سیال را بر حسب $\text{Pa}\cdot\text{s}$ و P محاسبه کنید.

(۴) ویسکوزیته مایعی $0.6 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ و چگالی مخصوص آن 0.7 است. ویسکوزیته سینماتیک مایع را بدست آورید؟

(۵) مایعی دارای لزجت $0.005 \text{ kg}/\text{m}\cdot\text{s}$ و چگالی $850 \text{ kg}/\text{m}^3$ می باشد. مطلوب است لزجت سینماتیکی در:

الف) سیستم SI. ب) آحاد VSC. ج) لزجت دینامیکی در آحاد VSG.

(۶) دانسیته هوا در فشار 400 kPa و دمای 30°C چقدر است؟ برای هوا $R = 287 \text{ m}\cdot\text{N}/\text{kg}\cdot\text{K}$

(۷) یک لاستیک اتومبیل در فشار هوای 180 kPa و دمای 21°C دارای حجم 20 L است. دانسیته و وزن هوا چقدر است؟

$$R = 287 \text{ m}\cdot\text{N}/\text{kg}\cdot\text{K}$$

(۸) قسمتی از یک مخزن فولادی از مایعی با فشار 10 atm پر شده است. حجم مایع 1.232 Lit است. در فشار 25 atm حجم مایع به 1.231 Lit کاهش می یابد. ضریب قابلیت ارتجاع متوسط مایع را در محدوده داده شده محاسبه کنید.



۹) هر گاه دانسیته سیالی 0.04 درصد افزایش یابد و مدول بالک سیال 2 GPa باشد. میزان تغییر فشار را بدست آورید.

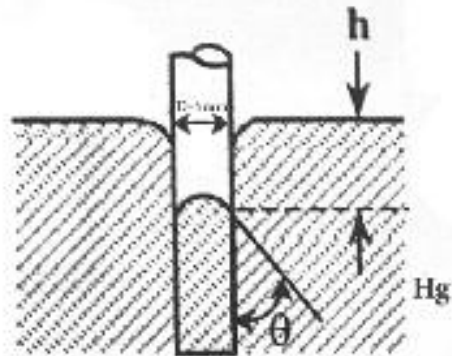
۱۰) مایعی در داخل یک سیلندر متراکم می شود. حجم و فشار آن به ترتیب از 1 Lit و 1 Pa به 955 cm³ و 2 Pa می رسد. مطلوب است محاسبه مقدار ضریب کشسانی (K)

۱۱) یک جت هوا داخل یک تانک آب برای بوجود آوردن حباب به کار رفته است. اگر قطر حباب خواسته شده 2 mm باشد، مقدار فشار لازم هوا که بر فشار مجاور آب غلبه کند را محاسبه کنید؟

$$\sigma = 72.7 \times 10^{-3} \text{ N/m} \quad \text{برای آب}$$

۱۲) زاویه ای را بدست آورید که کشش سطحی لایه نازک شیشه ای را به طور عمود در آب نگه دارد. اگر قطر آن 2 in و صعود موئینگی 0.09 in و $\sigma = 0.05 \text{ lb/ft}$ می باشد. $\gamma_0 = 62.4$

۱۳) فاصله تقریبی d را برای جیوه داخل یک لوله موئین شیشه ای محاسبه کنید. کشش سطحی برای جیوه و هوا 0.514 N/m و زاویه $\theta = 40$ است. جرم مخصوص جیوه 13.6 gr/cm³ می باشد. قطر لوله موئین 1 mm است.





۱۴) استوانه ای به وزن 20 lb_m در داخل یک لوله روانکاری شده می لغزد.

لقی بین استوانه و لوله 0.001 in است. اگر وقتی سرعت استوانه 20 ft/s است، گرانیروی روغن چقدر است؟ قطر استوانه 6 in و طول آن 5 in است.

